# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 21 NOVEMBRE 1910.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE PICARD.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. *Léon Teisserenc de Bort* pour occuper, dans la Section des Académiciens libres, la place devenue vacante par le décès de M. *Eugène Rouché*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. *Léon Teisserenc de Bort* prend place parmi ses confrères.

M. **H. Poincaré**, au nom du Bureau des Longitudes, fait connaître à l'Académie que l'Observatoire de Paris et le poste central de télégraphie sans fil de la tour Eiffel ont commencé aujourd'hui, 21 novembre, *l'envoi de l'heure à onze heures du matin*. Les signaux horaires sont émis par la pendule à onze heures zéro minute, onze heures deux minutes, onze heures quatre minutes. Ils sont précédés des mêmes signaux d'avertissement qu'à minuit zéro, minuit deux et minuit quatre. L'envoi a lieu à minuit tous les jours sans exception; à onze heures du matin, tous les jours sauf les dimanches et jours fériés.

## ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux de ses Membres qui devront faire partie, pour l'année 1910-1911, du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique.

MM. **H. Poincaré** et **H. Léauté** réunissent la majorité absolue des suffrages.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant dans la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Van Beneden*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 55,

| | | |
|---|---|---|
| M. Francotte | obtient ..... | 46 suffrages |
| M. Lœb | » ..... | 6 » |
| Lord Avebury (Sir John Lubbock) | » ..... | 2 » |
| M. Sauvage | » ..... | 1 suffrage |

M. **Francotte**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

## CORRESPONDANCE.

MM. **André Blondel**, **Carvallo** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place d'Académicien libre, vacante par suite du décès de M. *Jules Tannery*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Leçons sur les séries de polynomes à une variable complexe*, par Paul Montel. (Présenté par M. Émile Picard.)

2° *Traité élémentaire de Physiopathie clinique*, Tome II, par J. Grasset. (Présenté par M. Bouchard.)

3° A.-L. de Almada Negreiros. *Colonies portugaises. Les organismes politiques indigènes.* (Présenté par M. le Prince Roland Bonaparte.)

4° Une série de publications relatives au *XIe Congrès international de Géologie*, qui vient de se tenir à Stockholm. (Présenté par M. le Prince Roland Bonaparte.)

5° *Traité de Radioactivité* (deux volumes), par Mme P. Curie. (Présenté par M. Darboux).

6° *Les substances isolantes et les méthodes d'isolement utilisées dans l'industrie électrique*, par Jean Escard. (Présenté par M. Bouty.)

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Cerulli, faites à l'Observatoire de Lyon.* Note de M. J. GUILLAUME.

*Observations de la comète.*

| Dates. 1910. | Étoiles de comparaison. | ✱◀ — ★ α. | ✱◀ — ★ δ. | Nombre de comparaisons. |
|---|---|---|---|---|
| | | m s | ′ ″ | |
| Novembre 12............. | a | −0.14,02 | +7.38,2 | 10:12 |
| » 12............. | a | −0.14,38 | +6.54,6 | 12:12 |
| » 16............. | c | +0.53,93 | −3.27,0 | 8: 8 |

*Positions des étoiles de comparaison pour 1910,0.*

| ★ | Ascensions droites moyennes. | Réduction au jour. | Déclinaisons moyennes. | Réduction au jour. | Autorités. |
|---|---|---|---|---|---|
| | h m s | s | ° ′ ″ | ″ | |
| a...... | 3.38.33,28 | +3,18 | 7.48.10,5 | +16,7 | Anon. 10ᵉ, rapp. à b |
| b...... | 3.36.59,32 | » | 7.40. 9,0 | » | A.G., Leipzig II, 1357 |
| c...... | 3.37. 0,17 | +3,22 | 7. 1.47,7 | +16,6 | A.G., Leipzig II, 1358 |

*Positions apparentes de la comète.*

| Dates. 1910. | Temps moyen de Paris. | Asc. droites apparentes. | Log. fact. parallaxe. | Déclinaisons apparentes. | Log. fact. parallaxe. |
|---|---|---|---|---|---|
| | h m s | h m s | | ° ′ ″ | |
| Nov. 12....... | 10.56.48 | 3.38.22,44 | −9,078 | 7.56. 5,4 | +0,732 |
| » 12....... | 12. 8.17 | 3.38.22,08 | +7,922 | 7.55.21,8 | +0,729 |
| » 16....... | 13.15.56 | 3.37.57,32 | +9,193 | 6.58.37,3 | +0,743 |

Les observations du 12 ont été faites à l'équatorial coudé et celle du 16 à l'équatorial Brünner.

La comète est d'environ 10ᵉ grandeur.

Le 12, elle ne paraissait pas absolument circulaire; son diamètre était d'environ 20″ (grossissement 360).

Le 16, son éclat semblait un peu supérieur à celui du 12 et elle montrait une petite queue (grossissement 100).

ASTRONOMIE. — *Occultations observées pendant l'éclipse totale de Lune du 16 novembre 1910, à l'Observatoire de Lyon.* Note de MM. M. LUIZET, J. GUILLAUME et J. MERLIN.

M. M. Luizet (M. L.) a observé à l'équatorial coudé (grossissement 350); M. J. Guillaume (J. G.), à l'équatorial Brunner (grossissement 100), et M. J. Merlin (J. M.), à l'équatorial Eichens-Gautier (grossissement 50).

Le ciel était couvert de nuages épais lorsque l'éclipse a commencé; il s'est ensuite éclairci peu à peu, et à partir de minuit on a pu observer, sans aucune gêne les phénomènes suivants :

| ★. | | Observateurs. | Temps moyen de Paris. | Remarques. |
|---|---|---|---|---|
| | | | h m s | |
| Anonyme (10$^e$)......... | I | M. L. | 12. 3. 3,6 | Paraît projetée sur le disque de la Lune avant de disparaître. |
| Anonyme (10$^e$)......... | I | M. L. | 9.29,6 | Paraît projetée sur le disque de la Lune avant de disparaître. |
| | | J. G. | 9.25,6 | Perdue probablement trop tôt. |
| B.D. + 18°,489 (8$^e$,6)... | I | M. L. | 11.29,9 | Disparition instantanée. Obs. bonne. |
| | | J. G. | 11.29,9 | Contact avec le limbe 3$^s$ avant. |
| | | J. M. | 11.29,8 | |
| B.D. 18°,487 (8$^e$,3). ... | E | M. L. | 21.58,0 | Apparition brusque, observ. bonne. |
| | | J. G. | 21.58,1 | Réapparition brusque. |
| Anonyme (10$^e$)......... | I | M. L. | 23.54,0 | Vue projetée sur le disque 1$^s$ avant de disparaître. |
| | | J. G. | 23.50,2 | Trop tôt. |
| B.D. + 18°,491 (9$^e$,5)... | I | M. L. | 46.15,9 | Observation bonne. |
| B.D. + 18°,489 (8$^e$,6)... | E | M. L. | 48.53,1 | Peut-être retard de 0$^s$,1 ou 0$^s$,2. |
| | | J. G. | 48.53,0 | Réapparition brusque. |

Dès que l'état du ciel le permettra, on déterminera la position des Anonymes.

| | | h m | |
|---|---|---|---|
| Éclipse............ | M. L. | 12. 4,9 | Commencement de la totalité. |
| | | 12.56,0 | Fin de la totalité. |
| | | 14. 7,2 ± | Sortie de l'ombre. |

En dehors des colorations habituelles du disque lunaire éclipsé, il n'a rien été remarqué de particulier.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse totale de Lune du* 16 *novembre* 1910 *faite à l'Observatoire de Toulouse.* Note de M. L. MONTANGERAND, présentée par M. B. Baillaud.

En observant l'éclipse de Lune du 16 novembre dernier avec l'équatorial Brunner-Henry, réfracteur de 0$^m$,38 d'ouverture et 6$^m$ de foyer, je me proposais principalement de relever les instants d'immersion ou d'émersion des étoiles occultées pendant la totalité, suivant une liste préparée par M. Th. Wittram.

Ce n'est guère que trois quarts d'heure environ avant le commencement

de la phase totale que le ciel, très brumeux pendant la soirée, s'est relativement éclairci.

Voici les instants, en temps moyen de Paris, des occultations qu'il m'a été possible d'observer :

| Numéros d'étoile de la Circulaire. | Gr. | A minuit moyen de Greenwich. | | Apparences. | Instants | | Différ. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | α app. | δ app. | | observés. | calculés. | |
| | | h m s | ° ′ ″ | | h m s | h m | m |
| 31... | 8,6 | 3.24.42,15 | +18.26. 4,9 | Immersion | 12. 8.36,1 | 12. 8,5 | +0,1 |
| 21... | 8,3 | 22.50,09 | 34.34,2 | Émersion | 16. 5,8 | 16,6 | −0,5 |
| 31... | 8,6 | 24.42,15 | 26. 4,9 | Émersion | 38.12,6 | 38,2 | 0,0 |

Les angles de position donnés par la Circulaire ont été, à l'observation, reconnus très exacts. Quant aux heures d'occultation, elles avaient été calculées à $0^{m},2$ ou $0^{m},3$ près.

Pour la première étoile, l'extinction m'a paru prendre quelques dixièmes de seconde; l'instant noté est celui du commencement de l'affaiblissement de l'éclat de l'étoile. Pour les deux autres observations, l'émersion s'est produite soudainement.

Le disque lunaire avait une coloration rouge brique (entre orangé et rouge) très prononcée. Pourtant cette coloration n'a pas paru aussi intense qu'à certaines autres éclipses, celle de juin 1909 par exemple; mais peut-être était-elle atténuée par l'opacité de l'atmosphère embrumée. Le disque de la Lune n'est pas uniformément coloré ni éclairé; ces apparences changent de place avec le mouvement de l'astre.

Dans le champ de l'équatorial, on distinguait très nettement les diverses parties du disque inégalement lumineuses.

A $12^{h}50^{m}$ (t. m. de Paris), la moitié inférieure (dans le ciel) seule était rougeâtre. A $12^{h}54^{m}$ environ, le bord N de la Lune commençait à s'éclairer d'une lumière argentée; c'était la fin de l'éclipse totale. Puis, en raison du retour de la lumière, les brumes et nuages se distinguent mieux; à $13^{h}10^{m}$, un halo entourant la Lune, et qui avait disparu une demi-heure environ avant la totalité, redevient visible.

A $13^{h}20^{m}$, le ciel est très nuageux; il n'est plus possible de suivre les phases de l'éclipse finissante.

Pendant toute la soirée le vent est resté très faible, presque nul.

ASTRONOMIE. — *L'eclipse totale de Lune du* 16 *novembre* 1910, *observée à l'Observatoire de Besançon, par MM. Chofardet et Goudey.* Note de M. **Lebeuf**, présentée par M. B. Baillaud.

Cette éclipse a été suivie à l'Observatoire de Besançon dans de bonnes conditions, au moins dans la partie du phénomène la plus intéressante, c'est-à-dire pendant la totalité.

Voici les notes prises par M. P. Chofardet à l'équatorial coudé :

Au début de la soirée, ciel couvert, giboulées.

Ce n'est qu'à $11^h 26^m$ qu'il se produit une large déchirure dans les nuages, suivie bientôt d'un éclaircissement complet du ciel. L'ombre a déjà empiété passablement sur la Lune.

A $12^h 6^m$, toute la lumière brillante de la Lune a disparu et l'éclipse semble être totale. A cet instant, le NNO est blanc, d'un blanc très atténué, puis, en suivant le diamètre NNO-SSE, l'ombre est gris clair, puis gris rose et enfin rouge brique clair.

Toute la topographie de la Lune est bien visible : ici Mare Crisium apparaît sombre dans le fond gris clair ; là Mare Tranquillitatis et Mare Imbrium dans le gris rose, plus loin Mare Nubium, Oceanum Procellarum se voient dans le rouge brique ainsi que Grimaldi qui se montre blanc rose.

Partout le contour du disque est bien découpé.

Le coup d'œil de cet ensemble est très joli.

Puis, lentement, sans de grandes variations dans la nuance des teintes, l'ombre opère un mouvement de rotation : la teinte blanche du NNO passe au N, puis au NNE à $12^h 51^m$. A l'opposé, le rouge brique a tourné au SSO en passant par le Sud.

Le bord NE du disque lunaire s'éclaire de plus en plus et la lumière vive de la Lune réapparaît à $12^h 56^m$.

L'ombre se retire ensuite assez rapidement et abandonne complètement le disque lunaire, d'une manière assez imprécise, à $14^h 6^m$, par un angle de position mesuré égal à 227° environ, c'est-à-dire près de Marinus et Oken [1].

En résumé, de ce qui précède nous retiendrons la grande transparence de l'ombre et sa coloration généralement gris rose.

Nous sommes conduit à opposer à cette éclipse celle précédemment observée à l'Observatoire de Besançon le 11 avril 1903 et dont la grandeur était de 0,973, le diamètre de la Lune étant 1. Pour cette dernière, les notes du carnet d'observations indiquent que, pendant toute la durée du phénomène, l'ombre est demeurée généralement grise et que cette teinte fut si opaque qu'aucun détail physique du disque lunaire n'est apparu.

Les heures ci-dessus sont données en temps moyen de Paris.

De son côté M. Goudey a suivi à l'œil nu la marche du phénomène.

Pendant la totalité, la Lune a pris une couleur rouge sombre sur laquelle se détachaient en noir les mers. Le bord de l'hémisphère nord est resté gris blanc pendant toute la durée de l'éclipse. Les étoiles de 5e grandeur étaient alors visibles.

A $12^h 10^m$ une étoile filante, superbe fusée, part de la Lune et décrit vers le NE un arc d'environ 30°.

---

(1) La désignation des sommités lunaires est celle du *The Moon* de Proctor.

Pendant la totalité de l'éclipse, M. Chofardet a observé les occultations suivantes des quelques étoiles signalées par M. Th. Wittram, de Poulkowo, dans sa Circulaire spéciale du mois d'août 1910 :

| Étoiles. | Grandeur. | Nature de l'observation. | Temps moyen de Paris. | Angle au pôle. | Remarques. |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | h m s | ° | |
| *a*..... | 8,6 | Immersion | 12.10.48,1 | 115 | Disparition brusque. |
| *b*..... | 8,3 | Émersion | 12.23.50,0 | » | Apparition brusque. |
| *c*..... | 9,5 | Immersion | 12.48.40,5 | » | Douteuse, ★ très faible. |
| *a*..... | 8,6 | Émersion | 12.55. 7,6 | 221 | Apparition brusque. |
| *d*..... | 8,3 | Immersion | 12.59.47,7 | 114 | Disparition brusque. |
| *d*..... | 8,3 | Émersion | 13.14.59,8 | 184 | Apparition brusque. |

La visibilité constante du disque lunaire a grandement facilité ces observations.

Les positions apparentes de ces étoiles sont, d'après la Circulaire et pour ce même jour :

| Étoiles. | Numéros de la Circulaire. | Æ app. | Décl. app. | Numéros de la B.D. |
|---|---|---|---|---|
| | | h m s | ° ′ ″ | ° |
| *a*....... | 31 | 3.24.42,15 | +18.26. 4,9 | 18,489 |
| *b*....... | 21 | 3.22.50,09 | +18.34.34,2 | 18,487 |
| *c*....... | 37 | 3.25.47,84 | +18.50.12,5 | 18,491 |
| *d*....... | 38 | 3.25.49,84 | +18.29.55,7 | 18,492 |

Ces observations ont été faites avec l'équatorial coudé muni de l'oculaire chercheur de grossissement 66.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse totale de Lune du* 16 *novembre* 1910, *faite à l'Observatoire de Marseille*. Note de M. **Bourget**, présentée par M. B. Baillaud.

L'éclipse totale de Lune du 16 novembre a été observée, à Marseille, par M. Borrelly au chercheur de comètes et M. Coggia à l'équatorial Eichens, malgré un violent mistral qui a soufflé pendant presque toute la durée du phénomène. Ce vent rendait les images très ondulantes; il a beaucoup gêné pour l'observation des occultations des étoiles de la liste de Wittram, particulièrement au chercheur, qui est plus exposé.

*Observations de M. Borrelly.*

| T. m. M. | |
|---|---|
| h m s<br>11. 5.35,6..... | Entrée dans l'ombre. |
| 11.19.16....... | L'ombre atteint le premier bord de Tycho. |
| 11.57.15....... | Le bord de la Lune déjà éclipsé prend une teinte rose qui va en augmentant jusqu'au rouge brique au moment de la totalité en bas du disque lunaire et à l'orangé, en haut dans le champ. |
| 13. 8.19....... | Fin de la totalité; la teinte rouge brique va en diminuant et disparaît à $13^h42^m$ pour faire place à une teinte grisâtre comme au début. |
| 13.19.26....... | Sortie de l'ombre. |

*Observations de M. Coggia.*

| | | T. m. M. | |
|---|---|---|---|
| | | h m s | |
| ★ B.D. 18486 | Émers. | 12.23.24... | Incertaine, images ondulantes. |
| 487 | Émers. | 12.35.49... | Id. |
| 489 | Immers. | | Appulse et non immersion. |
| 491 | Immers. | 12.58.31,4. | Conditions parfaites, bonne observation. |

ASTRONOMIE. — *Sur l'éclipse totale de Lune des* 16-17 *novembre* 1910, *à Hem.* Note de M. **Robert Jonckheere**, présentée par M. B. Baillaud.

J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie les observations faites à l'Observatoire d'Hem, sis à Lille.

Le ciel, couvert toute la journée, s'est en partie dégagé le soir. Nous avons pu faire les observations suivantes :

$10^h32^m$, la pénombre est bien visible à l'œil nu.
$10^h57^m5^s$, entrée de la Lune dans l'ombre. Équatorial de $35^{cm}$.
$10^h58^m0^s$, M. J. Vanderdonck aperçoit l'ombre. Objectif de $81^{mm}$.
$12^h59^m2^s$, je note la fin de la totalité. Objectif de $95^{mm}$.
$13^h0^m0^s$, M. J. Vanderdonck fait la même observation. Objectif de $81^{mm}$.

J'ai noté avec le grand équatorial le passage du bord de l'ombre sur trois cratères :

$11^h17^m15^s$, l'ombre passe le centre de Tycho.
$11^h19^m32^s$, l'ombre passe le bord Est de Copernic.
$11^h20^m32^s$, l'ombre passe le centre de Copernic.
$11^h21^m38^s$, l'ombre passe le bord Ouest de Copernic.
$11^h38^m53^s$, l'ombre passe le centre d'Aristilus.

L'équatorial étant calé, j'ai obtenu par passages les valeurs suivantes des différences : ombre — bord lunaire (en temps sidéral), le troisième passage se rapportant au deuxième bord lunaire, et les heures étant données en temps moyen de l'Observatoire :

| | |
|---|---|
| A $11^h.15^m.27^s,4$..... | $+1^m.29^s,0$ |
| A 11.33. 4,0..... | +0.53,7 |
| A 11.34.38,1..... | −1.34,1 |
| A 11.48.57,9..... | +0.18,0 |
| A 11.49.47,7..... | +0.15,5 |

J'ai été assez heureux pour observer à la méridienne le passage de la Lune et de l'ombre.

Voici les ascensions droites trouvées :

| | |
|---|---|
| Premier bord | $= 3^h.21^m.35^s,01$ |
| Ombre | = 3.22.10,85 |
| Deuxième bord | = 3.24. 2,37 |

Les observations météorologiques ont indiqué une baisse sensible de la température pendant la totalité.

L'ombre de la Terre, noirâtre au début de l'éclipse, fit place à une teinte rose qui s'est foncée de plus en plus jusqu'à devenir d'un rouge cuivre. Cette couleur rougeâtre n'était pas uniforme sur la surface entière de notre satellite; c'est surtout le pôle sud de la Lune qui a offert cette coloration. Il semblerait que le rouge est plus particulièrement réfracté par notre atmosphère vers l'axe du cône d'ombre de la Terre.

La partie nord de l'ombre avait une bordure d'un gris bleu. Les détails du sol lunaire sont restés visibles dans l'ombre. A l'équatorial de $35^{cm}$, le moindre cratère pouvait être discerné.

Les heures sont exprimées en temps moyen de l'Observatoire. Longitude Est $= 3^m 23^s,7$ environ.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Les développables isotropes et la méthode du trièdre mobile.* Note de M. E. Cartan.

J'ai développé, dans ces dernières années [1], une théorie nouvelle de la structure des groupes de transformations continus, finis ou infinis. Dans un article qui paraîtra prochainement dans un autre Recueil, je montre

[1] *Annales de l'École Normale*, 3e série, t. XXI, 1904, p. 153; t. XXII, 1905, p. 219.

que, *dans le cas des groupes finis*, cette théorie est susceptible d'une interprétation cinématique qui la rattache de la façon la plus étroite à la méthode, depuis longtemps classique, du trièdre mobile de M. Darboux. La méthode que j'ai indiquée, dans un autre Mémoire ([1]), pour la recherche des invariants différentiels, prend ainsi, toujours dans le cas des groupes finis, une signification cinématique. Elle repose au fond sur le principe suivant: si l'on veut effectuer la classification de certaines variétés par rapport à un groupe fini donné, on fait correspondre à chaque point de la variété et en la particularisant le plus possible, *suivant une loi indépendante de la variété particulière considérée*, une figure de référence mobile : les coordonnées mobiles du déplacement instantané de cette figure de référence (les expressions précédentes ayant un sens à définir pour chaque groupe) permettent de former immédiatement les invariants cherchés. Les *cadres* de la classification peuvent d'ailleurs être construits en se servant uniquement des équations de structure du groupe. Dans le cas du groupe des déplacements de l'espace, la figure de référence sera, par exemple, un triangle trirectangle; les équations de structure ne sont pas autre chose, à l'écriture près, que les équations classiques qui lient les composantes mobiles du déplacement instantané du trièdre et leurs dérivées partielles du premier ordre.

Cette méthode, appliquée à la classification des surfaces par rapport au groupe des déplacements de l'espace, donne des résultats classiques pour les surfaces ordinaires. Elle conduit, dans le cas des développables minima, à des résultats qui sont assez intéressants en eux-mêmes pour que je demande à l'Académie la permission de les indiquer brièvement.

I. Soit M un point d'une développable isotrope qui ne se réduise ni à un plan isotrope, ni à un cône isotrope; soit P le point de contact de la génératrice qui passe par M avec l'arête de rebroussement.

Nous ferons correspondre au point M un trièdre trirectangle ayant M pour sommet et tel que le plan des $xy$ contienne la génératrice; ce plan des $xy$ étant choisi, nous déterminerons $Mx$ et $My$ de manière que les coordonnées relatives du point P soient $(i, -1, 0)$: le trièdre est alors complètement déterminé, au choix arbitraire près du plan des $xy$. Soient

$$\omega_1 = \xi\, du + \xi_1\, dv, \qquad \varpi_1 = p\, du + p_1\, dv,$$
$$\omega_2 = \eta\, du + \eta_1\, dv, \qquad \varpi_2 = q\, du + q_1\, dv,$$
$$\omega_3 = \zeta\, du + \zeta_1\, dv, \qquad \varpi_3 = r\, du + r_1\, dv$$

les composantes (mobiles) du déplacement instantané du trièdre mobile.

([1]) *Annales de l'École Normale*, 3e série, t. XXV, 1908, p. 57.

Les hypothèses faites sur le trièdre mobile donnent les relations

$$(1)\qquad \begin{cases} \omega_1 + i\omega_2 = 0, \\ \varpi_1 + i\varpi_2 = \omega_3, \\ \varpi_3 + \omega_1 = \rho\omega_3; \end{cases}$$

le coefficient $\rho$ est indépendant du choix particulier du plan $xMy$: *c'est un premier invariant différentiel.*

Le long d'une génératrice $\rho$ varie d'une manière inversement proportionnelle au carré du vecteur MP (ou plutôt au carré de sa projection sur un axe fixe). On choisira alors l'axe M$z$ de manière qu'il soit tangent à la courbe $\rho = \text{const.}$ On fait ainsi correspondre à tout point M de la surface un trièdre de référence parfaitement déterminé (*sans même aucune ambiguïté de sens*).

Des considérations géométriques démontrent alors la formule

$$(2)\qquad d\rho + 2i\rho\omega_1 = 0.$$

La formule (2) montre que $\xi\, du + \xi_i\, dv$ est une différentielle exacte, et l'une des six formules classiques de M. Darboux permet d'en déduire

$$(3)\qquad \varpi_1 = -\rho\omega_1 + \rho'\omega_3,$$

le *coefficient $\rho'$ étant un second invariant différentiel.*

Les formules (1), (2) et (3) permettent d'exprimer les six composantes $\omega_i$ et $\varpi_i$ au moyen de $d\rho$ et de $\omega_3$.

II. Si l'on étudie, d'après ce qui précède, la courbure des courbes tracées sur la surface, on arrive aux résultats suivants:

Le lieu des centres de courbure des courbes tracées sur la surface passant par un point donné M de la surface et admettant en ce point une tangente donnée est *une droite minima passant par le milieu* M' *du vecteur* MP. Lorsque la tangente varie, la droite minima engendre la sphère de rayon nul de centre M' qui est ainsi le lieu des centres de courbure des courbes de la surface passant par M.

Pour toutes les courbes passant par M, on a la relation remarquable

$$\frac{1}{T} - i\frac{dR}{R\,ds} = \rho,$$

qui fournit une interprétation géométrique de l'invariant $\rho$. L'invariant $\rho'$ s'exprime d'une manière analogue en fonction de $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{T}$ et leurs dérivées jusqu'au troisième ordre :

$$2\rho' - 1 = \frac{1}{R^2} - \frac{1}{\rho}\frac{d^2\rho}{ds^2} + \frac{5}{4\rho^2}\left(\frac{d\rho}{ds}\right)^2 + 2i\frac{d\rho}{ds}.$$

L'invariant $\frac{2\rho' - 1 + \rho^2}{\rho}$ a d'ailleurs une valeur constante tout le long d'une même génératrice; c'est le premier invariant différentiel de la courbe minima qui sert d'arête de rebroussement à la surface.

III. Si l'on définit la surface par les formules

$$x = \int \frac{1-t^2}{2} f(t)\, dt + \frac{1-t^2}{2} u,$$
$$y = \int \frac{1+t^2}{2i} f(t)\, dt + \frac{1+t^2}{2i} u,$$
$$z = \int t f(t)\, dt + tu,$$

on a

$$\omega_1 = i\frac{f'}{2f}dt - i\frac{du}{u},$$
$$\omega_3 = -u\, dt,$$
$$\rho = \frac{if(t)}{u^2}, \qquad 2\rho' - 1 + \rho^2 = \frac{5f'^2(t) - 4f(t)f''(t)}{u^2 f^2(t)}.$$

Enfin chaque invariant I donne naissance à deux autres invariants dérivés qui sont

$$\mu\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial u}, \quad \frac{f'}{2f}\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial u} + \frac{1}{u}\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial t}.$$

Si I ne dépend que de $t$, il donne naissance à l'invariant $\frac{1}{f(t)}\left(\frac{d\mathrm{I}}{dt}\right)^2$, qui ne dépend aussi que de $t$. On retrouve ainsi les invariants différentiels des courbes minima dont le premier est

$$\mathrm{I}_0 = \frac{2\rho' - 1 \times \rho^2}{\rho} = \frac{5f'^2(t) - 4f(t)f''(t)}{if^3(t)}.$$

Si $\mathrm{I}_0$ est constant, la surface admet un groupe de déplacements à un paramètre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Ordre des points singuliers d'une série de Taylor.* Note de M. EUGÈNE FABRY.

Soit $f(z) = \sum_0^\infty a_n z^n$ une série dont le rayon de convergence est 1; $\omega$ son ordre, ou la plus grande limite, supposée finie, de $\frac{\mathrm{L}|na_n|}{\mathrm{L}n}$. Sur le cercle de convergence, il y au moins un point singulier d'ordre $\omega$, d'après la définition de M. Hadamard. Je me propose de montrer que les séries les

plus générales sont celles dont tous les points du cercle de convergence sont du même ordre $\omega$.

Soit $e^{\theta i}$ un point singulier, $x = \rho e^{\theta i}$, $0 < \rho < 1$.

Formons le développement

$$f[x + y(1-\rho)] = \sum_0^\infty b_n y^n,$$

$$b_n = \frac{(1-\rho)^n}{1.2\ldots n} f^{(n)}(x) = (1-\rho)^n \left[ a_n + a_{n+1}\frac{n+1}{1}\rho e^{\theta i} + \ldots \right.$$
$$\left. + a_{n+p}\frac{(n+1)\ldots(n+p)}{1.2\ldots p}\rho^p e^{p\theta i} + \ldots \right].$$

La plus grande limite $\omega'$ de $\frac{\mathrm{L}|nb_n|}{\mathrm{L}n}$ est l'ordre de cette série, sur son cercle de convergence, de rayon 1, de centre de $z = x$. C'est aussi l'ordre du point $y = e^{\theta i}$, $z = e^{\theta i}$, qui est le seul point singulier sur ce cercle. Sur le premier cercle, de centre $z = 0$, ce point est d'un ordre égal ou supérieur à $\omega'$. Si $\theta$ varie de 0 à $2\pi$, le maximum du module de $b_n$ est au moins égal à $|a_{n+p}|(1-\rho)^n\rho^p\frac{(n+1)\ldots(n+p)}{1.2\ldots p}$, quel soit $p$. Posons

$$n + p = m, \qquad m(1-\rho) \leqq n < m(1-\rho) + 1.$$

La formule de Stirling sur les intégrales eulériennes permet de mettre le coefficient de $|a_{n+p}|$ sous la forme

$$(1-\rho)^n\rho^p\frac{\Gamma(n+p+1)}{\Gamma(n+1)\Gamma(p+1)}$$
$$= \left[\frac{n+p}{n}(1-\rho)\right]^n\left(\frac{n+p}{p}\rho\right)^p\sqrt{\frac{n+p}{2\pi np}}\, e^{\frac{1}{12}\left(\frac{1}{n+p}-\frac{1}{n}-\frac{1}{p}\right)+\ldots} = \frac{\mathrm{A}}{\sqrt{n}},$$

A ayant pour limite $\frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}}$, pour $m = \infty$. Ne donnons à $m$ que des valeurs telles que $\frac{\mathrm{L}|a_m|}{\mathrm{L}m}$ ait pour limite $\omega - 1$.

Si $m$ est assez grand, il y aura au moins une valeur de $\theta$ telle que

$$|b_n| > \frac{\mathrm{A}}{\sqrt{n}}\left(\frac{n}{1-\rho}\right)^{\omega-1-\varepsilon}.$$

La plus grande limite de $\frac{\mathrm{L}|nb_n|}{\mathrm{L}n}$ est au moins égale à $\omega - \frac{1}{2}$. Il y a au moins un point $e^{\theta i}$ d'ordre égal ou supérieur à $\omega - \frac{1}{2}$ sur un cercle tangent intérieurement au premier.

Dans le développement de $b_n$, posons

$$n+p=m+h, \qquad n=m(1-\rho)+\alpha, \qquad p=m\rho-\alpha+h \qquad (0\leqq\alpha<1).$$

Si $\frac{|h^3|}{m^2}$ tend vers zéro, pour $m=\infty$, le coefficient de $a_{n+p}$ peut se mettre sous la forme

$$\frac{\Gamma(m+h+1)}{\Gamma(n+1)\,\Gamma(p+1)}(1-\rho)^n\rho^p=\frac{1+\varepsilon}{\sqrt{2\pi n\rho}}\,e^{-\frac{h^2(1-\rho)}{2m\rho}}.$$

En appliquant la méthode que j'ai indiquée (*Annales de l'École Normale*, 1896, p. 367), on peut, pour évaluer le plus grand module de $b_n$, supposer $|h|<\sqrt{\mathrm{K}m\,\mathrm{L}m}$. Les termes supprimés donnent une somme de module inférieure à

$$n^{\omega-1+\varepsilon-\mathrm{K}\frac{1-\rho}{2\rho}}<n^{\omega-\frac{3}{2}-2\varepsilon} \quad \text{si} \quad \mathrm{K}>\frac{\rho}{1-\rho}, \qquad 0<\varepsilon<\frac{1}{6}\left(\mathrm{K}\frac{1-\rho}{\rho}-1\right).$$

Ces termes n'ont aucune influence sur le plus grand module de $b_n$, qui est au moins de l'ordre de $n^{\omega-\frac{3}{2}-\varepsilon}$. A chaque valeur de $m$ correspond un argument $\theta$ tel que $|b_n|>n^{\omega-\frac{3}{2}-\varepsilon}$; à toute limite de $\theta$ correspond un point singulier $e^{\theta i}$, d'ordre au moins égal à $\omega-\frac{1}{2}$ sur le premier cercle de convergence.

Si, d'après le principe proposé par M. Borel (*Comptes rendus*, 14 décembre 1896), on suppose les coefficients $a_n$ choisis arbitrairement et indépendants les uns des autres, on peut former des groupes de termes $a_n$ consécutifs, d'indices $n$ compris entre $m\pm\sqrt{\mathrm{K}m\,\mathrm{L}m}$, n'ayant aucun terme commun. Les valeurs de $\theta$, qui rendent $|b_n|$ maximum, sont alors indépendantes et auront des limites arbitraires en nombre infini. Tous les points du cercle de convergence doivent être, dans le cas général, d'ordres compris entre $\omega-\frac{1}{2}$ et $\omega$. Si un arc ne contenait aucun point singulier d'ordre supérieur à $\omega-\frac{1}{2}-\varepsilon$, cela limiterait le choix arbitraire des arguments $\theta$, qui rendent $|b_n|$ maximum, et aussi des coefficients $a_n$.

On peut pousser plus loin ce raisonnement. Le module maximum de $b_n$ est compris entre $n^{\omega-\frac{3}{2}-\varepsilon}$ et $n^{\omega-1+\varepsilon}$. Il dépend des valeurs des $a_n$ et, en particulier, de la variation plus ou moins régulière de leurs arguments. Dans le cas général, il n'y a aucune raison de supposer qu'il reste de l'ordre mi-

nimum. Parmi la suite illimitée des expressions $b_n$, si les coefficients $a_n$ sont choisis indépendamment les uns des autres, le module maximum de $b_n$ devra prendre les diverses valeurs possibles. Il doit y en avoir une infinité d'un ordre au moins égal à $n^{\omega-1-\varepsilon}$, et une infinité de points singuliers $e^{\theta i}$ d'ordre $\omega$. Parmi les séries d'un ordre donné $\omega$, les plus générales sont celles dont tous les points du cercle de convergence sont d'ordre $\omega$. Parmi les séries d'ordre fini, les plus générales sont celles dont les points du cercle de convergence sont tous du même ordre.

En particulier, pour la série $\sum_0 a_n z^{c_n}$, où $c_n$ est un nombre entier tel que

$$c_{n+1} - c_n > \alpha \sqrt{c_n \mathrm{L} c_n},$$

tous les points du cercle de convergence sont de même ordre $\omega$; ils sont d'ordre $\omega - \frac{1}{2}$ sur tout cercle tangent intérieurement au premier.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur quelques applications du calcul des Tableaux à la théorie des ordres d'entiers algébriques.* Note de M. A. **Chatelet**, présentée par M. Émile Picard.

1. J'appellerai, pour abréger, *Tableau élémentaire*, et je désignerai par la notation $[\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n]$ tout Tableau du $n^{\text{ième}}$ ordre dont tous les termes sont nuls, à l'exception des termes de la diagonale principale supposés égaux à $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$. Les nombres $\alpha_i$ seront supposés comprendre $r$ nombres réels et $s$ couples de nombres imaginaires conjugués $(r + 2s = n)$. Ceci posé, on déduit aisément des propriétés des équations linéaires que tout Tableau T à termes réels, dont l'équation en $\lambda$, $\varphi(\lambda) = 0$ n'a ni racine double, ni racine nulle, peut se mettre sous la forme :

$$\text{(1)} \qquad T = A \times [\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n] \times A^{-1},$$

$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ étant les zéros de $\varphi(\lambda)$ rangés dans un certain ordre. Cet ordre étant choisi, A, que j'appellerai un opérateur de T, est un Tableau défini à un produit près à droite par un Tableau élémentaire. Aux valeurs réelles des $\lambda$ correspondent des colonnes de A à termes réels et aux valeurs imaginaires conjuguées des colonnes à termes respectivement imaginaires conjugués.

Si $\varphi(\lambda) = 0$ a des racines multiples, on ne peut pas nécessairement mettre T sous la forme (1) et, si cela est possible, il y a une plus grande latitude dans la détermination de A. Dans le cas où toutes les racines sont égales entre elles, T est identique au Tableau élémentaire $[\lambda_1, \lambda_1, \ldots, \lambda_1]$; il peut être mis sous la forme (1) en prenant pour opérateur A un Tableau quelconque.

2. Cette propriété acquise, on peut démontrer ce théorème : Si l'équation en $\lambda$ de T n'a ni racine double, ni racine nulle et si le déterminant de $T_1$ n'est pas nul, T et $T_1$ étant des tableaux d'ordre *n*, *la condition nécessaire et suffisante pour que le produit* $T \times T_1$ *soit commutatif est que* $T_1$ *ait un opérateur commun avec* T.

On vérifie en outre immédiatement [1] que la somme, la différence, le produit ou le quotient de deux tableaux de même opérateur T et T′ est un tableau de même opérateur, dont le tableau élémentaire est la somme, la différence, le produit ou le quotient des tableaux élémentaires de T et T′. Ces propriétés donnent une méthode pour construire des *groupes abéliens* ou plutôt des *domaines holoïdes* [2] de tableaux, si l'on sait *a priori* que l'un des tableaux du groupe a une équation en $\lambda$ sans racine double. Je vais indiquer, sans donner les démonstrations qui sont relativement simples, quelques-unes des conséquences arithmétiques que j'ai pu en déduire.

3. Si l'on considère un tableau T à termes entiers, ses racines lambdaïques sont *n* nombres entiers algébriques conjugués, et si ces nombres sont bien d'ordre *n*, on peut trouver au moins un opérateur de T dont les lignes sont formées d'entiers algébriques conjugués appartenant au même corps que les précédents.

Tous les tableaux à termes entiers ayant même opérateur A que T constituent un groupe abélien G, et leurs racines lambdaïques $\lambda_p$ de même rang *p* constituent un *ordre* (ou un *anneau*) d'entiers algébriques M isomorphe holoédriquement de G au point de vue des deux opérations : addition et multiplication. Les tableaux d'un tel groupe G sont donc des fonctions linéaires et homogènes à coefficients entiers de *n* d'entre eux (dont les racines lambdaïques de rang *p* constituent une base de M).

---

(1) Sur des propriétés analogues, *cf.* : Kronecker, *Vorlesungen über Determinantentheorie*. — Laguerre, *Sur les systèmes linéaires* (*Œuvres*, t. I). — Frobenius, (*J. Crelle*, t. 84, 1878).

(2) Pour cette notation *cf.* König, *Alg. Grössen*.

4. Réciproquement étant donné un ordre d'entiers algébriques M, $\lambda_p$ l'un d'entre eux et $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ les entiers conjugués rangés dans un certain ordre, on peut toujours trouver un tableau A tel que les tableaux correspondant aux diverses valeurs de $\lambda_p$,

$$A \times [\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n] \times A^{-1},$$

soient à termes entiers et constituent un domaine holoïde G de tableaux.

Pour qu'un tableau A réponde à la question, ses lignes étant formées d'entiers algébriques conjugués, il faut et il suffit que les termes de la colonne de rang $p$ : $(\alpha_1^p, \alpha_2^p, \ldots, \alpha_n^p)$ constituent une base d'un *idéal* de M. Si cet idéal appartient aussi à un ordre admettant M comme *sous-ordre* ou *multiple* (Dedekind), il y a des tableaux à termes entiers permutables avec un tableau de G et qui n'appartiennent pas à G. Au contraire, si l'idéal n'appartient à aucun autre ordre diviseur de M, tout tableau à termes entiers permutable avec un tableau de G appartient à G. Il en est notamment ainsi si M est constitué par tous les entiers d'un corps algébrique.

5. Ces propriétés fournissent une méthode pour remplacer les calculs sur des entiers algébriques d'un ordre, par des calculs sur des systèmes d'entiers rationnels. Cette méthode ne diffère pas essentiellement de celle qu'on pourrait déduire d'une table d'addition et de multiplication établie *a priori* pour les nombres de base de l'ordre; elle a l'avantage de donner aussi ces tables.

Les mêmes propriétés peuvent aussi fournir une méthode pour la recherche des idéaux d'un corps. Supposons que l'idéal correspondant à A soit le corps M lui-même et soit $[1, 1, \ldots, 1]$, $T_1, \ldots, T_{n-1}$ un système de tableaux de base de G. Un idéal quelconque de M correspond à un tableau $\Sigma \times A$, $\Sigma$ étant un tableau à termes entiers et tel que les tableaux

$$\Sigma T_1 \Sigma^{-1}, \qquad \Sigma T_2 \Sigma^{-1}, \qquad \Sigma T_{n-1} \Sigma^{-1}$$

soient tous à termes entiers. En outre, $\Sigma$ n'étant défini qu'à un produit près à gauche par un tableau à termes entiers de déterminant $\pm 1$, on peut supposer que tous les termes de $\Sigma$ à droite de la diagonale principale sont nuls et les termes à gauche positifs et inférieurs respectivement au terme de la diagonale principale de la même colonne. Les conditions précédentes s'expriment alors par un certain nombre de congruences que doivent vérifier les termes de $\Sigma$ ; à chaque solution de ces congruences correspond un idéal et un seul de M et réciproquement. Il n'y a d'ailleurs lieu d'expliciter ces congruences que dans chaque cas particulier.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les noyaux résolvants.* Note de M. T. Lalesco, présentée par M. Émile Picard.

1. L'étude approfondie du noyau résolvant a été faite par MM. J. Plemely, E. Goursat, B. Heywood, et tout récemment par M. Landsberg.

Le but de cette Note est de reprendre et compléter la méthode simple d'identification employée par M. B. Heywood.

Si nous écrivons le noyau résolvant sous la forme

$$\frac{\varphi_m(x,y)}{(\lambda_1-\lambda)^m}+\frac{\varphi_{m-1}(x,y)}{(\lambda_1-\lambda)^{m-1}}+\ldots+\frac{\varphi_2(x,y)}{(\lambda_1-\lambda)^2}+\frac{\varphi_1(x,y)}{\lambda_1-\lambda}+\mathrm{P}(x,y,\lambda_1-\lambda)$$
$$=\mathrm{G}_1(x,y,\lambda)+\mathrm{P}_1(x,y,\lambda),$$

en mettant en évidence la partie caractéristique correspondant à une racine $\lambda_1$ de $\mathrm{D}(\lambda)$, on peut présenter les résultats trouvés par M. B. Heywood de la manière suivante :

*a.* $\varphi_1(x,y)$ est une fonction de la forme

$$\varphi_1(x)\psi_1(y)+\varphi_2(x)\psi_2(y_2)+\ldots+\varphi_n(x)\psi_n(y), \tag{1}$$

les fonctions $\varphi$ et $\psi$ formant les deux groupes d'un système biorthogonal.

*b.* $\varphi_2(x,y)$ est une forme bilinéaire des mêmes fonctions

$$\sum_{i,k=1}^{n} a_{ik}\,\varphi_i(x)\,\psi_k(y).$$

*c.* Les autres fonctions $\varphi_p(x,y)$ $(p=3,\ldots,m)$ s'obtiennent de $\varphi_2(x,y)$ par itérations successives.

*d.* Le $m-1$ noyau itéré de $\varphi_2(x,y)$ est identiquement nul.

Ces propositions *caractéristiques* de la partie du noyau relative au pôle $\lambda$ s'obtiennent directement par identification, en partant de l'équation *générale* des noyaux résolvants :

$$\mathrm{N}(x,y,\lambda)-\mathrm{N}(x,y,\mu)=(\lambda-\mu)\int\mathrm{N}(x,s,\lambda)\,\mathrm{N}(s,y,\mu)\,ds.$$

Les fonctions $\varphi$ et $\psi$, que nous appellerons *principales*, ne sont définies qu'à une substitution biorthogonale près, c'est-à-dire à une double substitution de la forme

$$\left\{\begin{aligned}\Phi_p(x)&=\sum_{q=1}^{m}a_{pq}\varphi_q(x)\\ \Psi_p(x)&=\sum_{q=1}^{m}b_{pq}\psi_q(x)\end{aligned}\right.\quad(p=1,\ldots,m), \tag{1}$$

les déterminants $|a_{pq}|$ et $|b_{pq}|$ remplissant les conditions

$$\sum_{r=1}^{n} a_{pr} b_{qr} = \delta_{pq} \quad (p, q = 1, \ldots, m),$$

$\delta_{pq}$ étant le symbole égal à *zéro* ou à *un* suivant que $p \neq q$ ou $p = q$.

On peut simplifier le système des fonctions principales en partant de la remarque suivante :

*Le discriminant* $\Delta(\lambda)$ *de la forme bilinéaire*

$$\varphi_2(x, y) + \lambda\varphi_1(x, y) \tag{2}$$

*est identiquement égal à* $\lambda^m$.

C'est ici que se place alors, d'une façon très simple, l'application de la théorie des diviseurs élémentaires.

Si $\Delta(\lambda)$ a un seul diviseur élémentaire, on peut transformer (2), à l'aide d'une double substitution linéaire (1) qui sera biorthogonale, en une forme au déterminant canonique

$$\begin{vmatrix} \lambda & a_1 & 0 & . & 0 \\ 0 & \lambda & a_2 & \cdots & 0 \\ . & .. & .. & . & .... \\ 0 & 0 & .. & \lambda & a_{m-1} \\ 0 & 0 & .. & 0 & \lambda \end{vmatrix}.$$

On aura donc

$$\varphi_1(x, y) = \sum_1^m \Phi_p(x)\Psi_p(y)$$

et

$$\varphi_2(x, y) = \sum_1^{m-1} a_p \Phi_p(x)\Psi_{p+1}(y),$$

et par itération

$$\varphi_3(x, y) = \sum_1^{m-2} a_p a_{p+1} \Phi_p(x)\Psi_{p+2}(y),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$\varphi_m(x, y) = a_1 a_2 \ldots a_{m-1} \Phi_1(x)\Psi_m(y),$$

$$\varphi_{m+1}(x, y) \equiv 0.$$

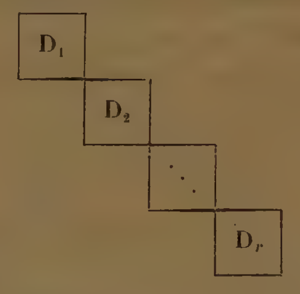
Le pôle est d'ordre $m$ et la forme générale du noyau sera donc

$$(3)\quad \frac{1}{\lambda_1}\sum_1^m \Phi_p(x)\Psi_p(y)+\frac{1}{\lambda_1^2}\sum_1^{m-1} a_p\Phi_p(x)\Psi_{p+1}(y)+\ldots+\frac{1}{\lambda_1^m}a_1a_2\ldots a_{m-1}\Phi_1(x)\Psi_m(y).$$

Les fonctions principales spéciales $\Phi$ et $\Psi$ sont appelées fonctions *fondamentales*. L'expression (3) est la forme la plus générale d'un noyau correspondant à une valeur caractéristique de multiplicité et polarité égales à $m$; on peut l'appeler *noyau canonique d'ordre m*.

L'expression d'un noyau canonique d'ordre $m$ à l'aide des fonctions fondamentales contient $m-1$ constantes *arbitraires*. Pour trouver l'expression la plus générale du même noyau à l'aide d'un système de fonctions principales, il suffit d'appliquer aux fonctions fondamentales une substitution biorthogonale *quelconque*.

Dans le cas général où les diviseurs élémentaires de $D(\lambda)$ sont $\lambda^{m_1}, \lambda^{m_2}, \ldots, \lambda^{m_r} (m_1+m_2+\ldots+m_r=m)$, le déterminant canonique $D(\lambda)$ aux mêmes diviseurs élémentaires est




où $D_p$ est le déterminant canonique général au seul diviseur élémentaire $\lambda^{m_p}$. Il résulte de là que la forme canonique de $\varphi_2(x, y)$ est dans ce cas

$$\varphi_2(x, y)=\sum_{p=1}^{r}\varphi_2^p(x, y),$$

la forme $\varphi_2^p(x, y)$ étant la génératrice d'un noyau canonique général d'ordre $m_p$; les formes $\varphi_2^p(x, y)$ sont orthogonales. *Le noyau est donc, dans le cas général, la somme de r noyaux canoniques orthogonaux d'ordre $m_1$, $m_2$, ..., $m_r$.*

Le nombre des constantes arbitraires qui figurent dans l'expression générale du noyau général relatif à la valeur caractéristique $\lambda_1$ de multiplicité $m$ et de rang $r$, à l'aide des fonctions fondamentales, est donc $m-r$.

HYDRODYNAMIQUE. — *Mouvement discontinu de Helmholtz. Obstacles courbes.* Note de M. Marcel Brillouin.

*Propositions générales.* — I. Lorsqu'on met des obstacles fixes dans un courant liquide uniforme et permanent de vitesse U, si l'on adopte la solution *continue* de l'hydrodynamique classique, l'énergie cinétique de la masse liquide contenue à l'intérieur d'une très grande surface fermée reste la même quels que soient les obstacles fixes, bien que la masse liquide soit généralement diminuée par la présence des obstacles.

II. Dans le mouvement avec surface de discontinuité de Helmholtz, l'énergie cinétique est moindre que dans le mouvement continu pour le même obstacle. La différence est d'autant plus grande que l'on considère une frontière plus éloignée en aval; elle est supérieure au produit de la force vive $\frac{\rho U^2}{2}$ de l'unité de volume du courant uniforme par le volume de liquide stagnant en aval.

III. Les conditions de Helmholtz rendent minimum l'excès de l'énergie cinétique du liquide en mouvement permanent discontinu, sur l'énergie cinétique que possédait dans le mouvement uniforme sans obstacle le volume occupé par le liquide en mouvement de Helmholtz (à l'exclusion du volume de l'obstacle et du volume de liquide stagnant en aval).

Ces propriétés se démontrent sans difficulté; il faut seulement apporter quelque attention au choix des conditions à la frontière extérieure pour la troisième proposition.

*Obstacles courbes.* — M. Levi-Cività a donné dans le *Circolo matematico di Palermo* (1906) la solution la plus générale pour un obstacle (en gouttière), dans le cas des mouvements discontinus plans de Helmholtz.

Dans cette solution figure une série entière d'une variable auxiliaire, à coefficients réels arbitraires; mais cette série est encore trop générale.

J'ai reconnu que le rayon de courbure de la ligne de glissement, au point où elle se détache de l'obstacle, est *nul* dans le cas général, ce qui exige que l'obstacle ait des bords tranchants. Pour que la ligne de glissement puisse se détacher d'un obstacle en un point où la courbure est finie (véritable proue), il faut que les coefficients de la série satisfassent à deux conditions (une pour chaque bord) que j'ai données dans mes Leçons du Collège de

France ([1]). Certaines inégalités sont en outre nécessaires. L'une d'elles exprime que la vitesse du liquide est partout inférieure à la vitesse du courant général. L'autre est d'un caractère beaucoup plus caché, et est apparue sur un exemple particulier. A mesure que les coefficients croissent, l'obstacle devient concave vers le courant et ses bords se recourbent en volutes de plus en plus nombreuses ; il en est de même de la ligne de glissement qui s'en détache ; mais, à partir d'une certaine limite, ces deux courbes à volutes (qui s'obtiennent par une quadrature) se coupent, ce qui rend impossible la réalisation matérielle du mouvement.

Dans le cas le plus simple, obstacle continu symétrique défini par le premier terme de la série pris seul, j'ai déterminé, en partie par des calculs numériques, en partie par des graphiques, la forme exacte de la section droite de l'obstacle et la résistance qu'il oppose au courant ; le Tableau suivant résume les résultats principaux, dont une partie a été donnée dans mes Leçons ([2]) :

Tableau.

| (— A). | $f:l$. | $L:l$. | R. | Observations. |
|---|---|---|---|---|
| 57°18′ | 0,578 | 1 | 0,663 | Proue. |
| 50 | 0,484 | 1 | 0,730 | Obstacles convexes à bords tranchants. |
| 40 | 0,366 | 1 | 0,803 | |
| 30 | 0,265 | 1 | 0,866 | |
| 20 | 0,171 | 1 | 0,920 | |
| 10 | 0,083 | 1 | 0,965 | |
| 0 | 0,000 | 1 | 1 | Plan. |
| — 10 | —0,080 | 1 | 1,030 | Obstacles concaves à bords tranchants sans volute. |
| — 20 | —0,157 | 1 | 1,055 | |
| — 30 | —0,235 | 1 | 1,072 | |
| — 40 | —0,316 | 1 | 1,089 | |
| — 50 | —0,388 | 1 | 1,102 | |
| — 60 | —0,456 | 1 | 1,113 | |
| — 90 | —0,709 | 1 | 1,130 | |
| —114°36′ | —0,93 | 1,01 | 1,140 | Obstacles concaves à bords tranchants avec volutes. |
| —143°15′ | —1,225 | 1,11 | 1,140 | |
| —171°54′ | —1,58 | 1,29 | 1,140 | |
| —192 | —1,89 | 1,45 | 1,140 | Limite. |

(— A) est l'angle du bord de l'obstacle parcouru dans le sens du courant avec le courant général ;

---

([1]) 17 mars 1909.

([2]) Mars-avril 1909.

$f$ est la flèche de l'obstacle;
$l$ la demi-largeur au bord;
L la demi-largeur maximum (au maître couple);
R le rapport de la résistance de l'obstacle courbe à celle du plan normal au courant de même largeur $2l$. Ce rapport est indépendant de la densité du liquide et de la vitesse du courant.

Le Mémoire détaillé paraîtra dans un autre Recueil.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la résistance des fluides limités par une paroi fixe indéfinie.* Note de M. VILLAT, présentée par M. Émile Picard.

Je me propose de faire connaître une extension d'une méthode de M. Levi-Cività (*Rendiconti del Circ. mat. di Palermo*, 1907) à la détermination de tous les mouvements permenents plans d'un fluide limité par une paroi fixe rectiligne indéfinie, et dans lequel un obstacle fixe est immergé.

Conservant les mêmes hypothèses et les notations du Mémoire de M. Levi-Cività, nous poserons

$$z = x + iy, \quad f = \varphi + i\psi$$
$$w = u - iv = e^{-i\Omega} = \frac{df}{dz}.$$

A l'aire du plan $(z)$ occupée par le fluide en mouvement, il correspondra dans le plan $(f)$ une aire facile à former. Or on peut effectuer la représentation conforme de cette dernière aire, sur une demi-couronne circulaire d'un plan $\zeta = \xi + i\eta$ $(\eta > 0)$ par une relation de la forme suivante :

$$f = \mathrm{A}\left[\sqrt[3]{4}\,p\left(\frac{\omega}{i\pi}\log\zeta + \omega'\right) + \frac{b}{3}\right] + \mathrm{A}(b-a)\log\left[\frac{2b}{3} - \sqrt[3]{4}\,p\left(\frac{\omega}{i\pi}\log\zeta + \omega'\right)\right] + \mathrm{C},$$

où A, C, $a$, $b$ désignent des constantes qu'on peut déterminer, et où $p$ n'est autre que la fonction elliptique de Weierstrass, aux périodes $\omega$ (réelle) et $\omega'$ (imaginaire pure).

Dans cette représentation, aux lignes libres (bords du sillage) correspondent les bords de la demi-couronne situés sur $O\xi$. Les rayons extrêmes de la couronne sont 1 et $q = e^{\frac{\pi}{i}\frac{\omega'}{\omega}}$; on peut mettre la différentielle $df$ sous

la forme

$$df = A\sqrt[3]{4}(e_2 - e_3)\frac{\omega}{i\pi}\frac{\left[e_3 + \dfrac{(e_3-e_1)(e_3-e_2)}{p\left(\dfrac{\omega}{i\pi}\log\zeta\right) - e_3} - p\left(\dfrac{\omega}{i\pi}\log\alpha_0 + \omega'\right)\right]}{\left[p\left(\dfrac{\omega}{i\pi}\log\zeta\right) - e_2\right]\left[p\left(\dfrac{\omega}{i\pi}\log\zeta\right) - e_3\right]} p'\left(\frac{\omega}{i\pi}\log\zeta\right)\frac{d\zeta}{\zeta},$$

cette expression n'est pas modifiée par l'échange de $\zeta$ avec $\frac{1}{\zeta}$.

Ceci posé, si l'on considère $\Omega$ comme une fonction de $\zeta$ dans la demi-couronne, cette fonction sera réelle sur $O\xi$, et prolongeable analytiquement, suivant le principe de Schwarz, dans la demi-couronne symétrique par rapport à $O\xi$. Dans la couronne tout entière, elle sera régulière partout, limites comprises, sauf aux points $\zeta = \alpha_0$ (correspondant à la proue de l'obstacle) et $\zeta = \frac{1}{\alpha_0}$. En outre $\Omega$ sera nulle pour $f$ infini ($\zeta = -q$) et imaginaire pure sur la circonférence $|\zeta| = q$.

On constate alors sans peine que tous les éléments du mouvement s'expriment au moyen de $\zeta$ et de $\Omega(\zeta)$. Particulièrement on parvient à déterminer la résistance éprouvée par l'obstacle (et de composantes $P_x$, $P_y$), par la formule

$$P_x + iP_y = -\frac{1}{2i}\int_{|\zeta|=1} e^{i\Omega}\,df,$$

en utilisant la propriété signalée pour $df$.

Si $\Omega_0$ est une fonction $\Omega$ particulière satisfaisant à toutes les conditions imposées, on peut démontrer que la différence $\Omega - \Omega_0$ est toujours de la forme

$$\Omega - \Omega_0 = c_1\zeta + c_2\zeta^2 + \ldots + c_n\zeta^n + \ldots - c_1 q^2\frac{1}{\zeta} - c_2 q^4\frac{1}{\zeta^2} - \ldots - c_n q^{2n}\frac{1}{\zeta^n} + \ldots,$$

les constantes réelles $c_n$ devant seulement rendre la série de Laurent convergente dans la couronne.

Or, en posant

$$\log\zeta = \log\rho + i\theta, \qquad \alpha_0 = e^{i\sigma_0},$$

on peut faire voir que la fonction

$$\Omega_0 = \sum_n A_n \operatorname{sh}\left(n\log\frac{q}{\rho}\right)\cos n\theta - i\sum_n A_n \operatorname{ch}\left(n\log\frac{q}{\rho}\right)\sin n\theta,$$

avec

$$A_0 = \delta - \alpha + \frac{2\alpha\sigma_0}{\pi}, \qquad A_n = \frac{4\alpha}{\pi}\,\frac{\sin n\sigma_0}{n\operatorname{sh}(n\log q)},$$

satisfait à toutes les conditions. Cette fonction $\Omega_0$ est d'ailleurs convergente et continue dans toute la couronne, sauf bien entendu aux points $\xi = \alpha_0$ et $\xi = \frac{1}{\alpha_0}$.

La solution particulière $\Omega = \Omega_0$ est celle qui correspond à un obstacle formé de deux segments rectilignes constituant une pointe opposée au courant (et faisant avec $Ox$ les angles $\delta \pm \alpha$).

On peut former également la solution qui correspond à un obstacle polygonal et écrire les relations qui déterminent la fonction $\Omega$ correspondant à un obstacle donné d'avance.

CHRONOMÉTRIE. — *Comparaisons téléphoniques et radiotélégraphiques de chronomètres par la méthode des coïncidences entre Paris et Brest.* Note de MM. **Claude**, **Ferrié** et **Driencourt**, présentée par M. H. Poincaré.

Pour faire suite à notre Communication du 7 février dernier relative aux comparaisons de chronomètres ou de pendules à distance par la méthode des coïncidences au moyen de signaux radiotélégraphiques, nous donnons ci-après les résultats des comparaisons entre Paris et Brest que l'inondation du poste radiotélégraphique militaire de la Tour Eiffel en janvier nous avait forcés à ajourner et qui n'ont pu être effectuées que le 24 juillet.

Comme dans les expériences entre l'Observatoire de Paris et celui de Montsouris, il s'agissait de déterminer : 1° le degré de concordance des comparaisons radiotélégraphiques faites simultanément par les observateurs d'une même station ; 2° la différence des temps de transmission des signaux émis par le poste de la Tour Eiffel aux deux stations. Les opérations ont été conduites de la même façon : les comparaisons radiotélégraphiques ont été précédées et suivies de comparaisons directes par téléphone dans les deux sens.

Les postes récepteurs de T. S. F. étaient, à Paris, l'Observatoire de Montsouris ; à Brest, le poste du Parc-au-Duc mis obligeamment par la Marine à notre disposition pour la circonstance. Ce dernier avait été relié téléphoniquement au Central de Brest par les soins de l'Administration des Téléphones qui voulut bien, en outre, à la demande du Bureau des Longitudes, donner les ordres nécessaires pour que la communication entre les deux postes fût assurée pendant la durée des comparaisons.

Les observations furent faites, à Paris, par MM. Claude et Driencourt ; à Brest, par MM. Tissot et Perret, lieutenants de vaisseau, professeurs à l'École navale, que leurs compétences réunies désignaient pour participer à ces opérations. Le fonctionnement du pendule et l'envoi automatique des signaux à chaque battement était assuré par

les soins du personnel du poste de la Tour Eiffel sous la direction du commandant Ferrié.

A Brest, les comparaisons téléphoniques furent excellentes. A Paris au contraire, on entendait à peine les battements du chronomètre de Brest, la bobine d'induction mise dans le circuit du microphone de ce chronomètre ne remplissant pas les conditions voulues, et l'on ne put avoir que trois comparaisons admissibles. L'accord avec celles de Brest est néanmoins satisfaisant. Du reste on sait (¹) qu'il est inutile de les faire dans les deux sens et même de les faire en double dans une station. Pour simplifier les calculs, on a pris seulement pour Brest celles de M. Perret qui sont certainement exactes à moins de $0^s,003$ et pour Paris les trois de M. Claude qui ne sont guère moins précises.

Afin d'avoir pour toutes les comparaisons des chiffres plus aisément comparables, on a commencé par corriger toutes les heures notées au compteur temps sidéral de Brest de la marche moyenne de ce compteur par rapport au chronomètre temps moyen de Paris.

Les comparaisons radiotélégraphiques ont été obtenues en calculant, dans chaque station et pour chaque observateur, l'heure du chronomètre correspondant à une même interruption des battements du pendule au moyen de l'heure notée de la coïncidence voisine, du nombre de battements radiotélégraphiques comptés entre cette coïncidence et l'interruption, et de la valeur moyenne en secondes du chronomètre d'un battement du pendule.

Le Tableau suivant donne les différences des heures notées par les observateurs non conjugués, différences qui constituent les comparaisons radiotélégraphiques :

| Claude-Perret. | Driencourt-Perret. | Claude-Tissot. | Driencourt-Tissot. |
|---|---|---|---|
| h m s<br>4.52.58,921 | h m s<br>4.52.58 » | h m s<br>4.52.58,928 | h m s<br>4.52.58 » |
| 919 | 919 | 928 | 928 |
| 927 | » | 927 | » |
| 934 | 951 | 925 | 944 |
| 935 | 952 | 935 | 954 |
| 934 | 928 | 934 | 928 |
| 918 | 911 | 918 | 911 |
| 4.52.58,921 | 4.52.58,927 | 4.52.58,930 | 4.52.58,936 |

Ce Tableau montre :

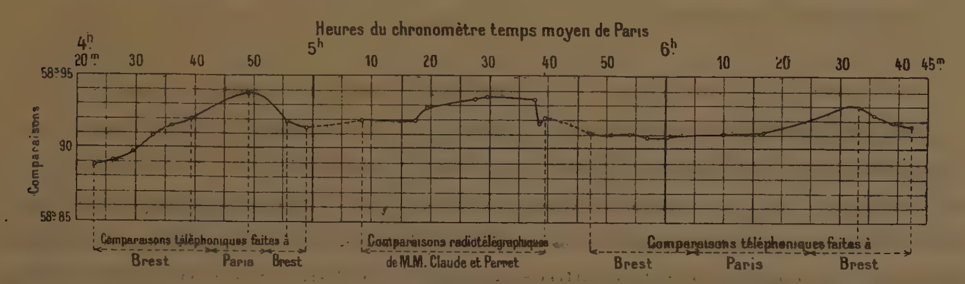
1° Que les différences C-D et T-P des temps d'une même interruption dans les battements radiotélégraphiques notés par les observateurs

(¹) *Comptes rendus*, t. 142, 18 juin 1906, p. 1379.

conjugués sont indifféremment positives et négatives et que la méthode ne comporte pas *d'équation personnelle;*

2° Que les premières C-D atteignent $0^s,017$, tandis que les secondes T-P ne dépassent pas $0^s,009$. Ces écarts et leur valeur plus faible à Brest s'expliquent par un léger boitement du pendule dont la durée moyenne d'oscillation était un peu supérieure à une seconde du chronomètre moyen. La preuve en est que, dans une première séance où le pendule était parfaitement réglé, les deux observateurs de Paris ont noté identiquement les mêmes heures pour sept coïncidences sur huit observées et n'ont eu qu'une seconde de différence pour la huitième.

De ces écarts résultent naturellement ceux d'une même ligne du Tableau dont le plus fort atteint $0^s,026$.




Graphique des comparaisons téléphoniques et radiotélégraphiques effectuées entre Paris et Brest le 24 juillet 1910.

Le graphique ci-dessus permet de juger de l'accord des comparaisons radiotélégraphiques et des comparaisons téléphoniques des deux observateurs pour lesquels les dernières ont été calculées. Eu égard aux variations de la marche relative que la précision des comparaisons téléphoniques ne permet pas de mettre en doute, le raccordement de la courbe des comparaisons radiotélégraphiques avec celles des comparaisons téléphoniques doit être considéré comme très satisfaisant. La différence entre les deux espèces de comparaisons, s'il y en a une, est certainement inférieure à $0^s,01$. Et comme, d'après les expériences de 1906, le temps de transmission par la ligne téléphonique dans le double trajet Paris-Brest et Brest-Paris est inappréciable, il en est de même de celui des signaux radiotélégraphiques entre Paris et Brest.

Ces expériences, les dernières du programme que le Bureau des Longitudes nous avait chargés d'exécuter, prouvent que le nouveau mode de comparaison à distance de compteurs de temps par signaux de T. S. F. est

susceptible d'une très haute précision qu'il serait facile d'augmenter encore si c'était nécessaire.

Il n'exige qu'un seul poste émetteur, au moins tant que la différence de ses distances aux instruments à comparer n'est pas très considérable : il peut, par suite, être employé pour la détermination *simultanée* des différences de longitude d'un nombre indéfini de points compris dans les limites de portée du poste émetteur. Il est donc à la fois simple, très précis et général.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les modifications que subissent dans un champ magnétique les raies spectrales émises par la vapeur lumineuse de l'étincelle électrique.* Note de M. **G.-A. Hemsalech**, présentée par M. Lippmann.

Dans une Note antérieure [1] j'ai décrit quelques particularités observées dans l'aspect des raies du fer émises par une étincelle électrique quand cette dernière était placée dans un champ magnétique. Continuant ces recherches, j'ai pu constater que, dans les conditions expérimentales employées, il y avait superposition de deux effets différents, et en examinant par deux méthodes indépendantes les spectres d'une série de métaux, j'ai pu établir l'existence des trois phénomènes suivants :

1° *L'effet général*, qui est indépendant de l'orientation de la décharge par rapport aux lignes de force du champ magnétique, a pour résultat la diminution des durées ainsi que de l'intensité lumineuse des raies émises par la vapeur métallique.

2° *L'effet longitudinal* produit un prolongement de la durée des raies métalliques et une augmentation de l'éclat de celles-ci aussi bien que de celui des raies de l'air. Son action se manifeste uniquement quand l'étincelle éclate parallèlement aux lignes de force.

3° *L'effet transversal* est obtenu seulement avec des décharges très lentes (self-induction dans le circuit de décharge du condensateur) lorsque l'étincelle éclate perpendiculairement aux lignes de force. Cet effet se révèle par un prolongement de la durée de certaines raies et il est dû au déplacement qu'éprouve l'oscillation qui transporte le courant de la décharge, sous l'influence du champ. Son action est très sélective.

---

[1] Hemsalech, *Comptes rendus*, t. 151, 1910, p. 750.

J'exposerai dans la présente Note mes observations sur les deux premiers de ces effets.

Dans l'étude de ces phénomènes je me suis servi de la méthode du courant d'air et de la méthode des raies *longues* et *courtes* de Lockyer; la première de ces méthodes est plus particulièrement indiquée pour l'examen quantitatif et détaillé du phénomène, tandis que la méthode de Lockyer constitue un moyen commode de sa démonstration.

*Observations à l'aide de la méthode du courant d'air.* — Pour obtenir l'effet général seul on opère avec des étincelles de capacité ayant des oscillations très rapides. Le condensateur qui sert à produire ces étincelles doit avoir une capacité d'au moins 0,001 microfarad. Les électrodes sont installées dans l'entrefer d'un électro-aimant, de telle manière que l'étincelle éclate ou parallèlement ou perpendiculairement aux lignes de force. Un courant d'air d'une vitesse constante de $50^m$ à $100^m$ par seconde, dirigé sur l'étincelle, entraîne les vapeurs lumineuses projetées des électrodes dans un sens perpendiculaire aux lignes de force.

Une image de l'étincelle ainsi décomposée est projetée sur la fente d'un spectrographe. Quand la fente est parallèle à la traînée de vapeur métallique, on peut distinguer facilement entre les raies de l'air émises par la décharge initiale et celles dues à la vapeur. Les premières forment un spectre très lumineux dont toutes les raies sont très courtes. Les raies du métal, quoique prenant naissance presque simultanément avec celles de l'air, sont, au contraire, plus ou moins longues. Comme je l'ai démontré, les longueurs de ces raies correspondent à leurs durées de visibilité. Lorsqu'on établit le champ magnétique, toutes les raies de la vapeur métallique, les raies d'arc aussi bien que les raies d'étincelle, diminuent de longueur et d'intensité, tandis que les raies de l'air, même les plus faibles, n'accusent aucune modification appréciable.

Des mesures que j'ai faites sur les raies du calcium comprises entre $\lambda$ 3600 et $\lambda$ 4600, il résulte que cette diminution de leurs durées est à peu près la même pour toutes les raies; elle était par exemple de 84 pour 100 pour une capacité de 0,0012 microfarad et un champ magnétique de 8000 C. G. S.

La diminution de l'intensité du spectre est mise en évidence d'une façon frappante quand la fente du spectrographe est perpendiculaire à la direction de la traînée de vapeur; on peut alors isoler une région quelconque de sorte que l'observation n'est pas entravée par les parties brillantes du spectre (décharge initiale). J'ai pu constater ainsi pour la vapeur du fer

(capacité du condensateur 0,01 microfarad) qu'un champ magnétique de seulement 1000 C. G. S. produit déjà une diminution appréciable de l'intensité lumineuse, surtout dans les parties rouges, jaunes et vertes du spectre. Avec 2000 C. G. S. l'effet gagne la partie violette et le commencement de l'ultraviolet, et l'intensité du spectre entier est très considérablement réduite avec un champ de 8000 C. G. S. L'effet longitudinal est obtenu d'une façon très marquée avec le cadmium. Cet effet a une action opposée à celle de l'effet général, mais il se manifeste seulement avec de faibles capacités (de 0,0001 à 0,001 microfarad). Pour une valeur donnée de la capacité, valeur qui dépend de la nature du métal, les deux effets s'annulent. Avec des capacités plus fortes, c'est-à-dire avec des quantités de vapeur métallique plus abondantes, l'effet général prédomine.

*Observations à l'aide de la méthode de Lockyer.* — Si l'on forme une image de l'étincelle sur la fente d'un spectroscope, l'étincelle étant parallèle à la fente, on peut observer que les raies d'étincelle sont visibles jusqu'à une certaine distance seulement de l'électrode, tandis que les raies d'arc et les raies de l'air sont visibles généralement dans toute la hauteur du spectre. Quand l'étincelle (obtenue de préférence avec une faible capacité d'environ 0,0001 microfarad) éclate perpendiculairement aux lignes de force d'un champ magnétique, on peut constater très nettement que les raies d'étincelle sont raccourcies davantage et que les raies d'arc deviennent courtes à leur tour, tandis que les raies de l'air ne sont pas influencées. Les raies du cadmium et celles du magnésium [1] se prêtent admirablement bien à cette démonstration. L'effet longitudinal est bien visible par cette méthode avec le cadmium.

Ces résultats pourraient peut-être servir à l'interprétation de certains phénomènes solaires. Grâce à la découverte de M. Hale nous savons que des champs magnétiques sont formés à la surface du Soleil par des tourbillons de particules électrisées. Il est possible que ces champs agissent sur les vapeurs qu'ils renferment et y provoquent une diminution de leur intensité lumineuse. Ceci engendrerait une augmentation de l'absorption de la lumière provenant de la photosphère, d'où résulterait le renforcement de certaines raies des taches solaires. D'après mes observations sur les raies du fer, l'intensité des champs magnétiques solaires (2000 à 3000 C. G. S.) me paraît suffisante pour produire l'effet en question.

---

[1] M. Schenck avait déjà remarqué le raccourcissement de la raie $\lambda$ 4481 dans un champ magnétique (*Astroph. Journ.*, t. XIV, 1901, p. 132).

PHYSIQUE. — *Méthode graphique et rapide de mesure du glissement des moteurs d'induction.* Note de M. G.-A. ANDRAULT, présentée par M. A. Haller.

J'utilise les propriétés du papier télégraphique *Bain*, déjà mises à profit, il y a plusieurs années, par M. Janet, pour déterminer la fréquence des courants alternatifs.

Le papier chimique, découpé en forme de disque, est appliqué sur un disque en cuivre de même diamètre, entraîné par le moteur avec une vitesse $a$ fois plus petite que la sienne propre. Le disque de cuivre communique électriquement avec l'une des bornes du moteur par l'intermédiaire d'une résistance de protection appropriée, lampe à incandescence par exemple. Sur le disque en papier, appuie légèrement une pointe mousse en fer, communiquant avec une autre des bornes du moteur.

Quand le disque tourne, cette pointe trace, comme on le sait, des traits bleus, chaque trait répondant à une période. En déplaçant lentement la pointe le long d'un rayon du disque, on peut faire en sorte que les traits bleus s'échelonnent le long d'une spirale.

Soit $t$ le nombre de traits bleus pour un tour du disque, nombre qui peut être déterminé très exactement, car il suffit de compter sur la spirale, le nombre de traits correspondant à 6, 8 ou 10 tours, et à diviser par le nombre des tours.

Connaissant $t$ on en déduit le coefficient de glissement $g$ par la formule

$$g = \frac{t - ap}{t},$$

formule très facile à établir et dans laquelle $p$ désigne le nombre de paires de pôles.

Pratiquement l'appareil a été disposé comme un vulgaire compteur de tours, et s'emploie de même, en appuyant une pointe de caoutchouc contre le bout de l'arbre du moteur. Cet appareil se suffit à lui-même. Il est inutile de connaître la fréquence du courant. On n'a pas besoin non plus de compteur de temps.

CAPILLARITÉ. — *Étude sur la porosité des bougies filtrantes.* Note de M. FRANCISQUE GRENET, présentée par M. E. Roux.

On sait que les bougies filtrantes en terres poreuses introduites par Charles Chamberland dans les laboratoires et dans l'économie domestique

jouent un rôle considérable pour l'élimination des microorganismes qui souillent les eaux potables; en outre, elles sont d'un usage fréquent dans les laboratoires pour les travaux bactériologiques, la stérilisation des milieux de cultures, etc.

Mais, suivant les matières premières employées pour la fabrication de ces bougies et leur mode de préparation, elles filtrent les liquides plus ou moins vite, ce qui indique que les canaux capillaires n'ont pas les mêmes dimensions; il peut même arriver qu'il y ait des canaux d'un diamètre tel que les organismes ne soient pas intégralement retenus par l'attraction capillaire et laissent cheminer quelques organismes qui traversent alors les parois de la bougie. La différenciation entre ces bougies d'aptitudes filtrantes diverses est une question d'une grande importance tant pour les besoins domestiques que pour les recherches scientifiques, et nous nous sommes attaché à trouver un procédé permettant de les classer sous ce rapport et aussi d'arriver à une fabrication régulière de types déterminés.

En cherchant quel principe pourrait s'appliquer à l'étude de cette question et après de nombreux essais, nous nous sommes arrêté à l'application des effets capillaires qui se produisent lorsqu'on introduit un corps poreux dans l'eau. Dans ces conditions, l'eau se précipite violemment dans les interstices capillaires, refoulant l'air qui les occupait primitivement.

Si l'on opère en vase clos, il en résulte une pression qu'il est possible de mesurer et qui est autant plus forte que les capillaires sont plus fins, de là un moyen de différencier les diverses natures de bougies et de les comparer entre elles au point de vue de la finesse de leurs canaux.

Voici comment nous opérons : une bougie sèche placée verticalement est remplie complètement de mercure; par son orifice on introduit jusqu'en son milieu un fin tube d'acier émergeant de quelques centimètres et qui est mastiqué sur ledit orifice de façon à former un ajutage hermétique; l'extrémité libre de ce tube d'acier est raccordé avec un tube de verre calibré ayant un diamètre intérieur de $1^{mm}$ et d'une longueur de $1^{m}$ à $2^{m}$.

L'appareil étant ainsi disposé verticalement, on fait plonger totalement la bougie dans de l'eau distillée; immédiatement, par suite de la précipitation de l'eau dans les capillaires, l'air est refoulé dans l'intérieur de la bougie, fait pression sur le mercure qui monte dans le tube manométrique à une hauteur en rapport avec le diamètre des capillaires; cette ascension est très rapide et s'arrête à un moment donné; l'équilibre est alors établi; on mesure la hauteur de la colonne mercurielle d'où l'on déduit par le calcul le diamètre des pores de dimensions maxima, lesquels règlent le phénomène.

En examinant par ce procédé des bougies de diverses natures, on constate qu'il y a de grandes différences dans les ascensions mercurielles;

ainsi on en trouve dont cette ascension n'est que de $18^{cm}$ à $20^{cm}$ de mercure, tandis que d'autres arrivent jusqu'à $2^{m}$, avec les intermédiaires entre ces deux extrêmes.

Ce mode de mesure nous a servi pour établir avec sûreté la fabrication de pâtes poreuses de types déterminés tant par l'emploi de matières premières différentes et différemment traitées que par le mode de préparation, de cuisson, etc.

Nous sommes ainsi arrivé à des degrés de finesse des pores tels que l'on peut penser que ce n'est pas seulement l'attraction capillaire qui retient les microorganismes, mais qu'il y a en outre une véritable filtration au sens propre du mot, les canaux capillaires étant de dimensions inférieures à celle de ces microorganismes.

En dehors de la possibilité d'établir ainsi une échelle de porosité et de classer en quelque sorte les bougies comme on le ferait pour des séries de tamis suivant la dimension des mailles, nous avons été conduit à observer que lorsqu'on plonge une bougie sèche ordinaire directement dans l'eau à épurer, la précipitation de celle-ci dans les canaux capillaires est d'une intensité telle que les microorganismes sont entraînés dans les profondeurs des canaux et peuvent traverser ainsi l'épaisseur des bougies qui ne remplissent pas ainsi leur fonction normale.

Pour éviter un pareil inconvénient que nous avons vérifié par des expériences directes, il convient, avant de se servir d'une bougie, de l'immerger dans une eau stérile afin de l'imbiber complètement, et alors le liquide à purifier ne se précipite plus dans la masse poreuse; on peut en conclure qu'une bougie n'a toutes ses propriétés filtrantes que lorsqu'elle est au préalable imprégnée d'une eau stérile.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le spectre de phosphorescence progressive des composés organiques à basse température.* Note [1] de MM. **J. de Kowalski** et **J. de Dzierzbicki**, présentée par M. A. Haller.

Dans une précédente Note l'un de nous a décrit la formation de la phosphorescence progressive. Le travail suivant concerne la mesure des spectres relatifs à ce genre de phosphorescence pour une série de substitués benzéniques dissous dans l'alcool éthylique.

---

(1) Présentée dans la séance du 14 novembre 1910.

Une capsule de porcelaine contenant la substance étudiée était plongée dans un large vase de Dewar rempli d'air liquide; la solution une fois solidifiée recevait les rayons d'une lampe à mercure en quartz; après un temps suffisant pour exciter la phosphorescence progressive, le rayonnement pouvait être interrompu au moyen d'un obturateur photographique. Sous un angle de 60° par rapport à la surface de la solution était placée la fente d'un spectrographe à lentilles et prisme de quartz; un second obturateur garnissait la fente de cet appareil. Après la fermeture du premier obturateur qui interrompt le rayonnement excitateur, on pouvait ouvrir le second qui permettait ainsi de photographier le spectre de phosphorescence.

Comme nous l'avons déjà dit, toutes les substances étudiées et dont la liste suit ont donné des spectres discontinus formés par la superposition du spectre de la phosphorescence instantanée et du spectre de la phosphorescence progressive. La position des bandes du spectre de la phosphorescence progressive a seule été mesurée. Cette mesure a été obtenue avec une précision de $2^{\mu\mu}$ à $3^{\mu\mu}$, que nous permettait d'obtenir la faible dispersion de notre spectrographe, par contre très lumineux.

Voici les résultats des mesures :

1. *Benzène*. — En solution alcoolique de 0,05 normal. Nombre des bandes : 14, réparties en 7 doublets. Longueurs d'onde en $\mu\mu$ : 339, 346, 352, 357, 365, 371, 380, 385, 397, 402, 413, 419, 429, 435.

2. *Toluène, éthylbenzène, propylbenzène*. — En solution alcoolique de concentration 0,05 normal; les trois spectres de la phosphorescence progressive de ces solutions paraissent très peu différer entre eux. Longueurs d'onde en $\mu\mu$ : toluène, 346, 358, 365, 380, 389, 406, 412; éthylbenzène, 345, 358, 364, 378, 387, 405, 412; propylbenzène, 344, 358, 365, 379, 389, 405, 413.

Nous remarquons que l'introduction d'un groupe méthyl dans le noyau benzénique amène la transformation des 14 doublets du benzène en 7 bandes larges, mais occupant à peu près la même partie du spectre. Une nouvelle introduction d'un groupe méthyl dans les chaînes latérales ne présente aucune influence marquée.

3. Les *trois xylènes* isomères, solution dans l'alcool éthylique 0,05 normal. Longueurs d'onde en $\mu\mu$ : *o*-xylène $CH^3_1C^6H^4CH^3_2$, 348, 356, 361, 367, 378, 383, 390, 400, 407, 413; *m*-xylène $CH^3_1C^6H^4CH^3_3$, 354, 361, 367, 373, 382, 388, 397, 409, 416, 423; *p*-xylène $CH^3_1C^6H^4CH^3_4$ : 355, 365, 370, 377, 389, 395, 401, 412, 419, 427.

Les spectres ont le même type : ils se composent d'une bande terminale dans l'ultraviolet et de 3 triplets de bandes.

4. *Pseudocumène* $C^6H^3(CH^3)_3$-1.2.4. — Solution dans l'alcool éthylique 0,05 normal. Longueurs d'onde en $\mu\mu$ : 356, 365, ?, 377, 388, ?, 400, 412, ?, 427.

Le spectre ressemble à celui du *p*-xylène, mais les bandes sont beaucoup plus floues;

le signe d'interrogation indique que les bandes existent; mais elles sont si floues qu'aucune mesure exacte n'a pu être exécutée.

*Mésithylène* $C^6H^3(CH^3)_3$-1.3.5. — Montre un spectre très analogue.

*Cymène* $C^6H^4.CH^3.C^3H^7$. — Donne des bandes encore plus diffuses.

5. *Phénol* $C^6H^5.OH$. — Solution dans l'alcool éthylique 0,05 normal; longueurs d'onde en $\mu\mu$ : 351, 361, 371, 383, 396, 408.

6. *Crésols* $C^6H^4.CH^3.OH$. — Même solution; longueurs d'onde en $\mu\mu$ : *o*-crésol $CH^3_1.C^6H^4.OH_2$, 353, 363, 374, 385, 397; *m*-crésol $CH^3_1.C^6H^4.OH_3$, 354, 362, 373, 385, 397, 408; *p*-crésol $CH^3_1.C^6H^4.OH_4$, 363, 373, 385, 398, 411.

7. *Éthers méthylcrésyliques* $C^6H^4.CH^3.OCH^3$. — Mêmes conditions; longueurs d'onde en $\mu\mu$ : éther-*o*-méthylcrésylique, 355, 362, 376, 385; éther-*m*-méthylcrésylique, 357, 366, 377, 390, 400; éther-*p*-méthylcrésylique, 366, 377, 390, 400, 412.

8. Les *xylénols* $C^6H^3OH(CH^3)^2$ donnent, dans les mêmes conditions, des spectres à bandes très diffuses; nous nous dispensons d'en donner les longueurs d'onde, à peine mesurables.

Les recherches sur les phénols montre que l'introduction d'un groupe OH dans le noyau benzénique a pour effet de faire paraître le spectre plus pauvre en bandes et en même temps de rétrécir la partie du spectre dans laquelle les bandes étroites de la phosphorescence disparaissent. Une nouvelle introduction des groupes $CH^3$ dans le phénol augmente encore cet effet.

L'étude des trois xylènes, des trois crésols et des trois éthers méthylcrésyliques nous montre que dans la position ortho, aussi bien l'introduction d'un groupe $CH^3$ que celle d'un groupe $OCH^3$ affaiblit assez la bande du spectre du côté des grandes longueurs d'onde, au point qu'elle n'apparaît plus sur la plaque photographique. Dans la position para, nous observons le même fait, mais du côté ultraviolet. Les combinaisons méta occupent par rapport à cette action une position intermédiaire.

9. *Alcool benzylique* $C^6H^5.CH^2.OH$. — Corps isomère du crésol, montre un spectre qui se rapproche beaucoup plus de celui du toluène que de celui du crésol; ce fait démontre encore une fois que l'introduction d'un groupe dans une chaîne latérale n'exerce pas une grande action sur le spectre de la phosphorescence progressive.

10. Il est très instructif de comparer à ce point de vue les spectres de phosphorescence des amines aromatiques vraies (telles que l'aniline, la méthylaniline, les trois toluidines et autres) avec les spectres que donnent dans les mêmes conditions les amines aromatiques grasses isomères telles que $C^6H^5.CH^2.NH^2$; les premières donnent un spectre à bandes extrêmement floues, les secondes un spectre très défini, presque identique au spectre que donne le toluène.

Les résultats que nous communiquons ici montrent que la phosphorescence progressive est une propriété qui dépend essentiellement de la constitution du corps étudié.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Composés propioliques. Cyanacétylène* $C^3NH$. Note de MM. **Ch. Moureu** et **J.-Ch. Bongrand**, présentée par M. A. Haller.

Le sous-azoture de carbone $C^4N^2$, que nous avons fait connaître dernièrement, est identique au dicyanacétylène $NC - C \equiv C - CN$ (*Comptes rendus*, 24 janvier 1910).

Les curieuses propriétés de cette substance, dont nous continuons l'étude, nous ont engagés à nous occuper également du dérivé monosubstitué correspondant, inconnu jusqu'à ce jour: le cyanacétylène $HC \equiv C - CN$ ou nitrile propiolique. Nous l'avons obtenu en déshydratant la propiolamide $HC \equiv C - CONH^2$, qui elle-même n'avait pas encore été préparée.

*Propiolamide* $HC \equiv C - CONH^2$. — Le mode d'obtention qui nous a paru le plus avantageux consiste à faire réagir la solution aqueuse d'ammoniaque, refroidie au dessous de 0°, sur l'éther méthylique $HC \equiv C - CO^2CH^3$ (éb. 101°,5-102° sous 757mm). La propiolamide, purifiée par cristallisation dans l'éther anhydre, qui la sépare d'une huile jaune insoluble dans l'éther et très soluble dans l'eau, se présente en lamelles blanches, fusibles à 61°-62°, très solubles dans l'eau, l'alcool, l'éther, et fort peu solubles à froid dans le chloroforme, le benzène, le sulfure de carbone.

Elle fournit immédiatement, avec les solutions ammoniacales ou alcooliques, et même simplement aqueuses, d'azotate d'argent, des précipités blancs, et, avec le chlorure cuivreux ammoniacal, un précipité jaune. Chauffés modérément à l'air libre, ces divers produits déflagrent, en donnant de petites étincelles qui gagnent rapidement toute la masse.

*Cyanacétylène* (*nitrile propiolique*) $HC \equiv C - CN$. — On l'obtient aisément, et pur d'emblée, en soumettant à la distillation, sous une pression de gaz carbonique de quelques centimètres, un mélange de propiolamide et d'anhydride phosphorique. C'est un liquide léger, très mobile, qui se congèle dans l'eau glacée en cristaux fusibles à + 5° ; il bout à 42°,5 sous la pression de 760mm. Sa vapeur irrite violemment les muqueuses et provoque le larmoiement. Le corps est éminemment inflammable. En présence d'une quantité d'air insuffisante, la flamme est très éclairante et analogue à celle de l'acétylène; si, au contraire, l'air est en excès, on observe une flamme pourprée, rappelant celle du cyanogène et du sous-azoture de carbone.

Complètement incolore quand il vient d'être distillé, il prend peu à peu une teinte brune, même à l'abri de l'air et de la lumière. Cette altération est d'ailleurs négligeable dans la pratique, attendu que le produit qui s'est ainsi coloré se congèle immédiatement quand on le refroidit par l'eau glacée, et qu'il distille à point fixe en ne laissant qu'un résidu brun insignifiant.

Le cyanacétylène est peu soluble dans l'eau et aisément soluble dans l'alcool. Ses solutions se colorent rapidement en brun plus ou moins rougeâtre.

La potasse aqueuse l'attaque énergiquement, en le transformant en une masse goudronneuse, indice d'une action profonde.

Avec le nitrate d'argent en solution ammoniacale, alcoolique ou même simplement aqueuse, il forme immédiatement des précipités blancs. Ceux-ci, chauffés légèrement, détonent avec violence ; nous n'avons pas constaté qu'ils explosaient par le choc. Ils noircissent rapidement à l'air, mais en conservant leur explosibilité.

Le sel de cuivre, préparé au moyen du chlorure cuivreux ammoniacal, est vert olive. Une douce chaleur produit une déflagration brusque dans toute la masse, avec flamme éclairante.

Le cyanacétylène a pour densité $D_4^{17°} = 0,8159$. Nous avons déterminé, pour la raie D du sodium, et les trois raies $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ du spectre de l'hydrogène, son indice de réfraction à la même température, sa réfraction moléculaire et sa dispersion moléculaire. Réfraction et dispersion sont, comme dans le cas du sous-azoture de carbone, mais toutefois à un degré moindre, nettement supérieures à celles qu'on calcule pour la formule $HC \equiv C - CN$, en attribuant à l'incrément de la liaison acétylénique les valeurs que l'un de nous a récemment mesurées (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, t. VII, avril 1906).

| Indice. | Réfraction moléculaire observée. | Réfraction moléculaire calculée. | Exaltation. |
|---|---|---|---|
| $n_\alpha^{17°} = 1,38399$. | $M_\alpha = 14,619$ | $C_\alpha = 13,861$ | $M_\alpha - C_\alpha = 0,758$ (soit 5,40 p. 100) |
| $n_D^{17°} = 1,38699$. | $M_D = 14,7207$ | $C_D = 13,929$ | $M_D - C_D = 0,7917$ (soit 5,68 p. 100) |
| $n_\beta^{17°} = 1,39440$. | $M_\beta = 14,9703$ | » | » |
| $n_\gamma^{17°} = 1,40072$. | $M_\gamma = 15,182$ | $C_\gamma = 14,266$ | $M_\gamma - C_\gamma = 0,916$ (soit 6,42 p. 100) |

| Dispersion moléculaire observée. | Dispersion moléculaire calculée. | Exaltation. |
|---|---|---|
| $M_\gamma - M_\alpha = 0,563$ | $C_\gamma - C_\alpha = 0,405$ | $(M_\gamma - M_\alpha) - (C_\gamma - C_\alpha) = 0,158$ (soit 39,01 p. 100) |

La composition élémentaire a été déterminée suivant la méthode classique à l'oxyde de cuivre, en prenant des précautions spéciales, exigées par la grande volabilité du corps, et sa faible teneur en hydrogène. En outre, ayant observé que la vapeur du corps faisait violemment explosion à chaud dans une atmosphère d'oxygène, nous avons dû opérer la combustion dans un courant d'air (C pour 100 : trouvé, 69,58; calculé, 70,58 — H pour 100 : trouvé, 2,15; calculé, 1,96 — N pour 100 : trouvé, 27,3; calculé, 27,4).

La densité de vapeur, mesurée, d'après la méthode de V. Meyer, à 100° (vapeur d'eau bouillante), a été trouvée égale à 1,75 (calculé, 1,77).

*Remarques.* — 1° Le cyanacétylène est remarquable, entre autres particularités, par la simplicité de sa molécule $C^3NH$, qui est très petite et ne possède que $1^{at}$ d'hydrogène. C'est là sans doute la raison de la grande volatilité du corps (éb. 42°,5) comparée à celle des deux nitriles à même

nombre d'atomes de carbone : $CH^3 - CH^2 - CN$, soit $C^3H^5N$ (éb. 97°), et $CH^2 = CH - CN$, soit $C^3H^3N$ (éb. 78°), et même à celle du nitrile inférieur $CH^3 - CN$ (éb. 84°). L'observation est à rapprocher de celles que nous avons présentées antérieurement à propos du sous-azoture de carbone (*Revista de la Real Acad. de Ciencias de Madrid*, février 1910), et aussi de la remarque analogue que vient de faire M. Berger dans son intéressant travail sur le tétranitrométhane (*Comptes rendus*, 7 novembre 1910).

2° Très rares sont les composés chimiques dont la molécule, comme celle du cyanacétylène, ne possède que 1ᵃᵗ d'hydrogène. Parmi eux se trouve l'acide cyanhydrique CNH. Comme le cyanacétylène $C^3NH$ n'en diffère que par 2ᵃᵗ de carbone en plus, il apparaît comme une sorte d'*acide carbocyanhydrique*. Mais s'il est vrai qu'il forme très aisément des sels d'argent et de cuivre, propriété d'ailleurs commune à tous les composés acétyléniques *vrais* ($HC \equiv C -$), il nous a semblé, d'après quelques expériences sommaires, que son caractère acide était peu marqué. Aussi préférons-nous le nom de *cyanacétylène*, qui a, au surplus, l'avantage de traduire d'une manière précise sa constitution.

3° Le sel de cuivre du cyanacétylène $Cu^2(C^3N)^2$, oxydé par le ferricyanure de potassium, doit, conformément à une réaction propre aux dérivés cupriques des composés acétyléniques, conduire au composé $C^6N^2$, qui serait un nouveau sous-azoture de carbone, possédant 2ᵃᵗ de carbone de plus que le précédent $C^4N^2$. En fait, dans l'action du ferricyanure sur le cyanacétylène, un produit prend naissance dont on réussit, par sublimation dans un courant de gaz carbonique, à isoler de minimes quantités sous la forme de fines aiguilles blanches, fusibles vers 64°, très volatiles et très altérables, et rappelant le cyanogène $C^2N^2$ et le sous-azoture de carbone $C^4N^2$ par son odeur et les propriétés irritantes de sa vapeur. Il y a toute raison de penser que cette substance est bien le sous-azoture $C^6N^2$ attendu.

MICROGRAPHIE. — *Perfectionnement du microscope binoculaire augmentant l'éclairement des objets observés.* Note de M. **Casimir Cépède**, présentée par M. Henneguy.

L'usage du microscope binoculaire a rendu très faciles et très attrayantes les observations morphologiques et permis d'exécuter les dissections les plus délicates d'organismes relativement petits. Aussi son emploi a gagné tous ceux qui ont eu l'occasion d'étudier avec ce précieux instrument qui permet

de voir l'image de l'objet observé dans la même position que celui-ci et de conserver son relief en le grossissant.

Mais au cours des recherches botaniques et zoologiques que j'ai poursuivies à l'aide de cet excellent appareil, j'ai été frappé d'un inconvénient assez sérieux résultant de la formation d'une zone d'ombre dans la partie de l'objet tournée vers l'observateur. Cette ombre empêche, par sa profondeur, l'étude morphologique et anatomique minutieuse de toute cette partie de l'objet. J'ai essayé de pallier cet inconvénient et j'ai atteint ce but par quelques dispositifs très simples.

*Le principe de mon perfectionnement consiste à faire arriver la lumière réfléchie à l'aide d'un miroir concave sur la région ombrée de l'objet en observation* (insecte, crustacé, etc.; plante, fleur, etc.). J'ai réalisé pratiquement l'application de ce principe intéressant par les trois dispositifs suivants que j'ai imaginés en les conservant tous aussi simples que possibles :

*Premier dispositif.* — Il consiste à utiliser les deux trous placés sur la platine et par lesquels sont fixés les ressorts fixe-lames. Ces deux trous sont latéraux et symétriques. J'en perce un autre médian et au milieu de la ligne qui relie les deux déjà existants. A l'aide d'une pièce cylindrique à vis analogue à celles des ressorts fixe-lames, je serre une lame de laiton, de maillechort, etc. coudée à angle droit et portant au voisinage de son extrémité supérieure un genou ou un simple bouton d'assemblage. Dans celui-ci s'engage le fixe-miroir qui, après une partie saillante pinçant le bouton ou le genou d'assemblage, montre une lame transversale qui court selon le diamètre du miroir concave, et, à ses extrémités, se fixe à celui-ci par un court retour, lequel est uni à ce miroir par deux petites vis diamétralement opposées. De la sorte, on peut, par cette triple articulation, diriger la lumière selon la direction désirée.

*Deuxième et troisième dispositifs.* — Ces deux dispositifs consistent à utiliser les vis de fixation de la partie supérieure du microscope à la platine pour la fixation de mes appareils porte-miroirs. L'un d'eux, le deuxième appareil, amène sa partie supérieure à la partie *antérieure* du montant porte-appareil optique ; l'autre, le troisième appareil, a son extrémité supérieure à la partie *postérieure* du montant porte-appareil optique. Dans le deuxième appareil, on adopte le même porte-miroir que dans le premier ; dans le troisième on adopte une région transversale courbe qui laisse passer tout le montant du microscope entre elle et le miroir, et réserve à celui-ci un espace suffisant pour assurer son déplacement efficace.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les effets du goudronnage des routes sur la végétation.* Note de M. MARCEL MIRANDE, présentée par M. Guignard.

L'attention a été récemment attirée sur les dangers que le goudronnage des routes est susceptible de présenter pour la végétation. On peut citer

notamment, à ce sujet ([1]), l'influence nocive du goudronnage sur les plantes de l'avenue du Bois-de-Boulogne. Le premier Congrès international de la Route, tenu à Paris en 1908, et le second Congrès, réuni à Bruxelles au mois d'août dernier, ne se sont presque pas arrêtés sur ce côté de la question du goudronnage des chaussées (*Journal du Congrès de* 1910, numéro du 2 août et rapport n° 4, 1re sect. A, p. 23).

A ce même mois d'août, je publiai dans le présent Recueil une Note sur l'*Action des vapeurs sur les plantes vertes* (*Comptes rendus*, 16 août 1910); les effets produits par le goudron sur les végétaux entrent précisément dans ce même mode d'action que j'ai décrit pour les vapeurs, et les lignes suivantes ont pour but de résumer quelques expériences et observations faites à ce sujet.

Le goudron agit sur les plantes vertes, non pas, comme cela a été écrit, par l'action du contact des poussières goudronneuses, poussières qui contiendraient des éléments caustiques, mais par l'*action des vapeurs* qu'il dégage à la température ordinaire. Ces vapeurs pénètrent dans les cellules végétales et y provoquent, en amenant la mort du protoplasme par rupture plasmolytique de la membrane plasmique, des phénomènes de coloration que nous avons désignés sous le terme général de *noircissement* et, suivant les plantes, des phénomènes de dégagement à l'extérieur et à l'état gazeux de certaines substances. Ces phénomènes sont dus à la diffusion, après la mort du protoplasme, de substances cellulaires précédemment localisées, dans la plante intacte, et qui, arrivées en contact, réagissent chimiquement (le plus souvent par actions diastasiques) pour produire des substances nouvelles, dont les unes, souvent colorées, restent dans les cellules, et dont d'autres peuvent se dégager à l'extérieur. Ainsi, par exemple, si l'on expérimente sur des feuilles de Laurier-cerise ou de *Cotoneaster* qui contiennent des glucosides à acide cyanhydrique, on obtient à la fois des phénomènes de noircissement des tissus et de dégagement externe de CAzH (voir ma Note précitée et sa bibliographie).

Sous l'action des vapeurs, en général, qui provoquent des phénomènes de noircissement et de dégagement, avant que se manifestent dans les cellules ces phénomènes corrélatifs de la mort de ces cellules, avant qu'aucun effet visible n'apparaisse sur les feuilles vertes, la fonction chlorophyllienne

---

([1]) Article de M. F. Honoré paru, avec photographies à l'appui, dans l'*Illustration* du 30 juillet dernier.

est suspendue dans ces feuilles; les feuilles sont *anesthésiées*, au sens végétal du mot.

*Action des constituants du goudron.* — Le goudron est un mélange de nombreuses substances qu'on isole par la distillation et autres traitements appropriés. Il est utile de connaître d'abord l'action de ces substances agissant isolément sur la plante; l'action du goudron lui-même, beaucoup plus faible, n'est qu'une résultante des effets partiels de ces substances. Quelques exemples suffiront et, pour fixer les idées, nous opérerons sur le Laurier-cerise.

L'ammoniaque provoque, très rapidement, une profonde coloration brun rouge; le dégagement de CAzH est très lent, lorsqu'on l'obtient. Avec le xylène, le toluène, le benzène, effets de brunissement très rapides, très accentués au bout de quelques minutes; le dégagement de CAzH se produit aussi, très rapide avec le xylène, assez rapide avec le toluène, moins rapide avec le benzène. Avec l'anthracène (cristaux), on obtient peu à peu le noircissement de la feuille, ainsi que le dégagement de CAzH. Les vapeurs dégagées des cristaux de naphtalène sont sans action visible. Le phénol donne du noircissement et peu ou pas de dégagement. Les divers crésols produisent des effets différents : avec orthocrésol, noircissement et dégagement rapide; avec métacrésol, noircissement assez rapide et dégagement lent; le paracrésol donne, au bout d'un temps assez long, noircissement et dégagement.

Si l'on mélange des substances à action rapide avec des substances à action lente, on obtient des effets résultants moyens.

*Action du goudron.* — Les plantes sont soumises à l'action des vapeurs de goudron dans une atmosphère limitée (cloches ou tubes). A la température ordinaire, dans les feuilles de Laurier-cerise, on obtient à la fois noircissement et dégagement; au bout de deux jours environ, l'effet est produit. Les feuilles à cuticules peu épaisses se recouvrent, en moins de 24 heures, de taches rousses ou noires (Marronnier, Seringat, Deutzia, Spirée, etc.).

A chaud, le goudron émet beaucoup de vapeurs et l'action sur les plantes, placées sous cloche ou à l'air libre, est très rapide. Noircissement et dégagement en quelques minutes.

J'ai fait des expériences, à l'air libre, avec des plantes en pots suspendus au-dessus d'une aire en planches sur laquelle le goudron a été épandu à la manière usitée pour le goudronnage des routes (de 70° à 80°). Les feuilles atteintes par les vapeurs de goudron chaud sont toujours altérées. Quand le goudron est refroidi et même solidifié, les vapeurs agissent avec plus ou moins d'intensité suivant l'élévation de la température, l'action directe ou non du soleil, l'agitation de l'air.

On conçoit d'après cela que, dans certaines circonstances, le goudronnage des routes puisse exercer une influence nocive sur la végétation. Cette influence se manifestera lorsque l'air sera mélangé, dans une proportion suffisante, de vapeurs de goudron; cela aura lieu surtout dans un air calme, par un temps sec et par une température chaude. Le goudron dégage constamment des vapeurs; mais pendant les chaudes journées d'été, lorsque les

pas laissent leur empreinte sur l'asphalte ou sur le goudron ramollis par le soleil, l'air est très chargé de vapeurs d'hydrocarbures. Le goudronnage des rues et avenues très encaissées, c'est-à-dire bordées de hautes maisons, pourra être défavorable aux arbres plantés en bordure des trottoirs ; il en sera de même des avenues dégagées, mais pourvues d'une dense végétation. Le goudronnage des grandes routes, en pleine campagne, n'offre pas, je crois, de graves inconvénients ; les vapeurs d'hydrocarbures doivent arriver rarement à acquérir la proportion suffisante pour être nuisibles.

Les poussières goudronneuses n'agissent sur la végétation qu'en tant que *poussières* si leur quantité est assez abondante pour être nuisible. J'ai fait des expériences sur de nombreuses plantes avec de la poussière très fine de goudron, d'asphalte, de bitume de Judée pur ; même par un fort soleil, l'action de ces poussières est insignifiante.

L'action des vapeurs commence, ai-je dit, par l'anesthésie ; l'agitation de l'air pourra souvent arrêter là l'action des vapeurs en les dissipant. Mais on conçoit que, soumises à des anesthésies trop fréquentes, des feuilles et par suite des arbres perdront peu à peu leur force de résistance et dépériront.

Si l'on tient à conserver les arbres et massifs culturaux plantés dans les voies urbaines, le goudronnage de ces voies devra être fait avec circonspection.

## ÉNERGÉTIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur la loi de la dépense postérieure au travail.* Note de M. JULES AMAR, présentée par M. Lippmann.

Postérieurement à un travail déterminé, la dépense de l'organisme ne revient que *progressivement* à sa valeur statique initiale. Elle est maximum à l'instant où le travail se termine, quand la durée de celui-ci ne dépasse pas une demi-heure. En mesurant toutes les *deux minutes* la valeur de l'excès de dépense sur le repos, on doit obtenir la loi de sa diminution ; on calculera même la *vitesse* de cet abaissement, supposée uniforme pendant une période de 2 minutes.

Nous pouvons assimiler cette *vitesse de repos* à la vitesse de refroidissement d'un corps chaud, et rapprocher l'intensité des oxydations intra-organiques de la *température*. Cette intensité nous est donnée par la *quantité d'oxygène* consommé (méthode Chauveau), et si le milieu extérieur conserve une température constante la destination de la dépense d'oxygène (entretien

des réactions internes, rayonnement, travail) nous est parfaitement indifférente. On devrait donc aboutir à une vitesse de repos régie par une loi analogue à la loi de Newton ; en d'autres termes, il s'agit de déterminer la loi des variations de la dépense en fonction du temps.

Voici quelques-unes de nos expériences dont le total s'élève à six. L'homme est pris en complet repos, après 11 heures de jeûne; son travail se produit sur le bicycle à frein; les gaz respiratoires sont prélevés au moyen d'une dérivation continue, les prises se succédant à *deux minutes* d'intervalle. On consacre 4 minutes au travail; pour arrêter l'expérience on se guide sur le *débit gazeux* total qui, pratiquement, reprend sa valeur primitive.

I. — *Sujet n° 12, 34 ans, 67$^{kg}$, taille élevée* [1].

| | Oxygène consommé en 2 minutes. | Excès sur le repos initial. | Vitesse de repos par minute. |
|---|---|---|---|
| | cm³ | cm³ | |
| Repos initial | 650 | 0 | » |
| Travail total de 296$^{kgm}$ | 1798 | 1148 | » |
| | 2948 | 2298 | 685 |
| Repos continu | 1578 | 928 | 289 |
| | 999 | 349 | 126 |
| | 747 | 97 | 48 |
| | 648 | » | » |
| | 653 | » | » |
| | 650 | » | » |
| | | 4820 | |

II. — *Le même, n° 12 bis, pour un travail un peu plus faible.*

| | Oxygène consommé en 2 minutes. | Excès sur le repos initial. | Vitesse de repos par minute. |
|---|---|---|---|
| | cm³ | cm³ | |
| Repos initial | 510 | 0 | » |
| Travail total de 268$^{kgm}$ | 960 | 450 | » |
| | 1525 | 1015 | 234 |
| Repos continu | 1057 | 547 | 177 |
| | 703 | 193 | 59 |
| | 584 | 74 | 13 |
| | 557 | 47 | 20 |
| | 517 | 7 | 3 |
| | | 2333 | |

[1] Les numéros se rapportent à l'ordre d'inscription des sujets sur notre registre d'expériences.

III. — *Sujet n° 14, 28 ans, 72*$^{kg}$, *taille moyenne.*

| | Oxygène consommé en 2 minutes. | Excès sur le repos initial. | Vitesse de repos par minute. |
|---|---|---|---|
| | cm³ | cm³ | |
| Repos initial | 590 | 0 | » |
| Travail total de 268$^{kgm}$ | 1122 | 532 | » |
| | 1470 | 880 | 297 |
| Repos continu | 876 | 286 | 133 |
| | 610 | 20 | 1 |
| | 608 | 18 | 9 |
| | 591 | » | » |
| | 588 | » | » |
| | | 1736 | |

Dans toutes nos expériences, la température de la salle fut en moyenne de 13°, les mesures aussi précises que possible; mais leur difficulté, leur nature empêchent qu'elles aient une rigueur absolue. Les résultats permettent, cependant, de reconnaître que :

1° En général, l'excès de dépense décroît *plus rapidement* que la vitesse de repos; la loi du refroidissement de Newton exprime juste le contraire.

2° Cette progression est d'autant plus *décroissante* et s'écarte d'autant plus de celle de la vitesse que le travail initial aura été moindre, c'est-à-dire que l'oxydation aura été moins intense au moment du maximum.

3° L'excès total, de la dépense postérieure au travail s'élève avec celui-ci; dans les expériences 12 et 12 *bis*, l'effort a passé de 120$^g$ à 200$^g$, quand la vitesse a diminué de moitié (exactement $\frac{16}{25}$), d'où il résulte que le travail très rapide retentit d'une façon plus durable, plus onéreuse sur la dépense.

Enfin la comparaison des n$^{os}$ 12 *bis* et 14 montre le rôle du *coefficient individuel*, en comprenant dans ce facteur tout ce que nous savons (sur l'état des surfaces, la constitution du corps) et tout ce que nous ne savons pas exactement.

En résumé, l'excès de dépense qui a lieu postérieurement au travail se dissipe avec une vitesse, fonction de plusieurs variables, et qui doit être étudiée dans chaque cas particulier.

ZOOLOGIE. — *Sur la lutte pour l'existence chez les Madréporaires des récifs coralliens.* Note de M. Ch. Gravier, présentée par M. Edmond Perrier.

Dans les récifs coralliens en pleine activité, la vie est extrêmement intense, et la lutte pour l'existence, entre les organismes si variés qui y fourmillent, s'y poursuit sans cesse avec âpreté. Chez les Madréporaires qui construisent ces récifs et qui demeurent au point où leur larve s'est fixée à l'origine, la concurrence vitale se manifeste également sous les modes les plus variés, bien que chez ces animaux la partie vivante se réduise à une mince couche superficielle recouvrant la masse de calcaire qu'elle a sécrétée.

Lorsque plusieurs larves de Madréporaires s'attachent au même support, il vient presque toujours un moment où les colonies qu'elles engendrent se gênent réciproquement dans leur évolution ; parfois, il s'établit un *modus vivendi* entre les concurrents qui se partagent l'espace libre; alors les colonies se juxtaposent, se superposent ou se pénètrent de diverses façons. Souvent aussi l'un des Madréporaires parvient à éliminer ses voisins; on peut observer les diverses phases de la lutte quand on explore attentivement les récifs voisins de la surface, comme ceux que j'ai étudiés dans la baie de Tadjourah (golfe d'Aden) en 1904. Je me bornerai à en donner ici quelques exemples.

Sur un exemplaire de *Cyphastræa Forskaliana* (Milne Edw. et Haime) s'était développée une superbe colonie d'*Hydrophorella contignatio* (Forskal), à base encroûtante, divisée en lobes situés dans divers plans provenant d'une colonie ancienne de la même espèce et en partie désagrégée. Une partie du *Cyphastræa* était restée vivante après la fixation de l'*Hydrophorella;* mais à l'époque où l'exemplaire a été recueilli, un des lobes basilaires de l'*Hydrophorella* commençait à s'étendre sur la partie demeurée en vie et la détruisait peu à peu, au fur et à mesure de sa propre croissance. Il est à remarquer que le lobe de l'*Hydrophorella* n'était pas appliqué immédiatement sur le *Cyphastræa*; son bord libre relevé se tenait à une certaine distance de la surface de ce dernier. La zone ainsi recouverte, privée de toute alimentation et de lumière, était morte depuis quelque temps, et la limite de la partie vivante coïncidait avec la projection du bord libre sur la *Cyphastræa.*

Une colonie en voie active de croissance de *Favia Savignyi* (Milne Edw. et Haime) s'était développée sur le même *Cyphastræa.* Cette jeune *Favia* était tuée en partie par l'*Hydrophorella* dont un lobe s'étalait sur l'un de ses côtés: toute la moitié tournée vers l'*Hydrophorella* était morte. Ici, le lobe s'appliquait étroitement sur la

*Favia*. Tout s'était passé comme si l'action néfaste de l'*Hydrophorella* se faisait sentir à distance; en effet, une zone large de $1^{cm}$ ou $2^{cm}$ tout autour de la partie recouverte était morte comme celle-ci. Les calices dont les polypes étaient encore vivants au moment où j'ai pris l'exemplaire étaient visiblement contemporains de ceux de la région nécrosée; ils étaient situés sur la même surface; ils avaient la même grandeur et les mêmes caractères extérieurs.

Un autre exemple de la lutte pour l'existence chez les Madréporaires nous est fourni par un *Pavonia cactus* (Forskål) recueilli dans le même récif que l'exemplaire dont il vient d'être question.

Sur une forme branchue et probablement déjà morte de *Madrepora* (*Acropora*) couverte d'Algues calcaires et de Bryozoaires, s'étaient fixés un *Pavonia* et un *Porites*; celui-ci était destiné à être tué à brève échéance par celui-là. Une des lames du *Pavonia* avait commencé son œuvre de destruction; sur une bande de quelques millimètres autour de cette lame basilaire, les polypes avaient disparu comme sur la surface qu'elle recouvrait.

Parmi les exemplaires de *Madrepora Scherzeriana* Brüggemann que j'ai rapportés de Djibouti, il s'en trouve un dont le développement a été entravé par un *Montipora* qui le cerne sur plus de la moitié de son pourtour et l'échancrait même fortement. Au moment où j'ai récolté l'exemplaire en question, les saillies de la surface du *Montipora* commençaient à s'intercaler dans les branches du *Madrepora* qui semblait condamné à une mort assez prochaine.

Les exemples qui précèdent et qu'on pourrait multiplier montrent que, lorsque deux Madréporaires sont en concurrence sur un même support où ils se disputent la place, c'est la forme encroûtante ou foliacée qui l'emporte en tuant son adversaire qu'elle recouvre et enveloppe peu à peu; les formes qui succombent le plus vite dans cette lutte sont celles qui sont massives ou globuleuses; les formes arborescentes peuvent résister davantage.

ENTOMOLOGIE. — *Évolution et histoire de* Roubaudia rufescens *Villen., Tachinaire parasite des Guêpes sociales d'Afrique, des genres* Icaria *et* Belonogaster. Note de M. E. **Roubaud**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

A l'exclusion des autres Vespides sociaux, les *Icaria* et les *Belonogaster* africains sont parasités par une Tachinaire voisine des Exoristines, récemment décrite par Villeneuve sous le nom de *Roubaudia rufescens*.

Pendant les loisirs de mes missions, de 1906 à 1910, j'ai pu élucider

l'intéressante histoire de cette mouche qui, par sa constance, joue un rôle important dans la vie des colonies de ces guêpes.

La mouche adulte vit de substances sucrées aux alentours des habitations. Les femelles sont vivipares et renferment dans leur utérus exagérément dilaté plusieurs centaines d'œufs et de jeunes larves. Lorsqu'elles sont prêtes à pondre, on les voit voler aux environs des nids, d'un vol remarquablement souple et rapide, tandis que les guêpes averties font bonne garde.

Si la ponte ne peut avoir lieu, les jeunes larves munies d'un stylet buccal traversent par effraction la paroi de l'utérus et se répandent dans la cavité générale de la mère où elles paraissent subsister jusqu'à la mort de celle-ci. Si la ponte peut se produire, leur destinée est tout autre.

Déposés soit sur les œufs et les larves des guêpes, soit simplement sur la trame des alvéoles, les jeunes parasites ne tardent pas à pénétrer à l'intérieur de leurs hôtes : ils infestent de préférence les œufs et les très jeunes larves, mais peuvent s'introduire aussi dans les larves plus âgées.

La pénétration dans les œufs ne demande que quelques minutes. On les trouve alors plongés dans la masse vitelline et immobiles, l'extrémité postérieure obstruant l'orifice d'entrée. Bientôt ils abandonnent ce dernier contact avec l'air extérieur et circulent librement à l'intérieur de l'œuf.

Dans les larves, cette phase de transition n'est pas marquée : les vers se répandent dans le sang aussitôt après leur percée des téguments. Chez les larves âgées, la pénétration n'est possible qu'aux articulations des segments; elle est plus lente que dans les œufs qui constituent le milieu initial de choix pour les parasites.

Plusieurs vers peuvent s'introduire à la fois dans le même œuf ou la même larve, mais il n'en arrive d'ordinaire qu'un seul à son développement intégral.

Le cycle évolutif des larves parasites, une fois parvenues dans la cavité générale de leurs hôtes, comprend dès lors trois phases :

1° Une période de *vie libre*, sub-latente, où les vers circulant dans le vitellus ou dans le sang ont un régime *plasmophage*. Leur hématose est cutanée; leur croissance lente. Cet état persiste jusqu'après la première mue de la larve-hôte.

2° Une période de *vie fixée*, où les vers se mettent en rapports respiratoires avec les gros troncs trachéens des larves-hôtes. Un *calyce* (gaine de fixation secondaire de Pantel) se développe aux dépens de l'hypoderme trachéen, qui enveloppe d'abord intégralement le parasite, puis par accroissement de celui-ci, se limite à l'extrémité postérieure. Deux mues se produisent. La croissance est encore lente, et le régime

*plasmophage*. Cette phase s'étend jusqu'au terme de la croissance des larves-hôtes qui filent alors leur cocon et s'y enferment.

3° Une dernière période de *vie libre* où les parasites, quittant leur calyce fixateur, reprennent à nouveau momentanément la respiration cutanée et deviennent *sarcophages* à croissance active. Ils dévorent tous les organes de l'hôte. Bientôt, par pression continue de l'extrémité postérieure contre celle de la larve-hôte, les téguments cèdent et le parasite sort à reculons de la dépouille de cette dernière. Il refoule en avant de lui cette dépouille, la presse contre l'entrée du cocon, et va se pupifier dans le fond de l'alvéole, solidement collé aux parois par les liquides coagulables entraînés avec lui.

C'est le cocon tissé par l'hôte qui a permis, à l'insu des guêpes adultes, la sortie et l'empupage du parasite. Il deviendrait à coup sûr son tombeau, si les guêpes, alléchées par le cadavre de leur larve exposé à l'entrée de l'alvéole, ne se hâtaient d'ouvrir cette dernière pour s'emparer des précieux restes et les transformer en pâture. Ainsi va se trouver libéré le Diptère, qui, sans cette désastreuse mesure, n'eût pu parvenir au dehors.

Les ravages exercés par la mouche dans les nids des Vespides sont énormes. Ils entraînent souvent la disparition totale des colonies. Mais, si les guêpes n'ont pas elles-mêmes trouvé le moyen simple d'anéantir leur ennemi, un minuscule Chalcidien les y aide.

Ce petit Hyménoptère (d'espèce sans doute inédite) vit sur les nids des *Icaria* et des *Belonogaster* à l'état adulte, mais son développement s'effectue à l'intérieur des pupes de la *Roubaudia*.

J'ai pu reconnaître que la femelle arrive à déposer ses œufs à l'intérieur du corps des larves du Diptère avant leur sortie du corps de l'hôte, à travers les téguments de ce dernier et la paroi de l'alvéole. Il peut se faire qu'au cours de cette inoculation compliquée, des œufs s'échappent dans le corps de la larve parasitée des guêpes. Ils s'y développent normalement, mais sont voués à une destruction certaine, quand les femelles s'emparent de la dépouille de leur larve. C'est uniquement dans la pupe de la mouche qu'ils peuvent évoluer complètement : on voit alors sortir du tonnelet parasité, par un orifice supérieur, une centaine de Chalcidiens.

Cet enchaînement singulier de parasites aboutit ainsi, en partant de l'œuf initial de la guêpe, à la production, inattendue et quasi merveilleuse, d'une nuée d'infimes moucherons.

BACTÉRIOLOGIE. — *Recherche du* Bacterium coli *dans l'eau de mer au moyen des méthodes employées pour l'eau douce.* Note [1] de MM. **P. Fabre-Domergue** et **R. Legendre**, présentée par M. Henneguy.

L'étude de la pureté des huîtres cultivées nécessiterait, pour être efficace, des analyses bactériologiques fréquentes. Il y a donc intérêt à connaître les méthodes les plus sûres, les plus rapides et les plus sensibles qui permettront de déceler le colibacille, soit dans l'eau de mer des parcs ostréicoles, soit dans le contenu des Mollusques qu'on y élève, la présence de ce microorganisme pouvant être considérée comme l'indication la plus fidèle d'une pollution par les eaux d'égout ou par les matières fécales.

Dans ce but, nous avons cherché la valeur, quand on les applique à l'eau de mer, de quelques méthodes bactériologiques employées le plus communément pour la recherche du colibacille dans les eaux douces et considérées comme les plus sûres. Nous avons choisi les milieux suivants qui permettent l'analyse quantitative aussi bien que qualitative : 1° bouillon phéniqué de Vincent; 2° bouillon de peptone glucosée au rouge neutre; 3° bouillon de peptone lactosée au tournesol, dont nous avons étudié le pouvoir nutritif pour le colibacille en présence d'eaux douces, d'eaux saumâtres de densités égales à 1005, 1010, 1015, 1020 et d'eaux de mer à 1025. Voici les résultats de ces expériences :

*a. Bouillon phéniqué.* — Nous nous sommes servis d'un bouillon composé de : peptone, $100^{g}$; sel marin, $25^{g}$; acide phénique à 5 pour 100, $120^{cm^3}$; eau, 1000, dont nous versions $10^{cm^3}$ dans chacun des six ballons contenant $40^{cm^3}$ des eaux de densité croissante. Après stérilisation, les six ballons étaient ensemencés au moyen d'une culture pure de coli. L'expérience répétée à maintes reprises et avec des peptones d'origines différentes a toujours donné les mêmes résultats. Le ballon contenant l'eau douce se trouble très rapidement; il est toujours nettement trouble après 24 heures de culture à l'étuve. Ceux contenant les eaux saumâtres à 1005 et 1010 sont toujours troubles après 24 heures, mais beaucoup moins que l'eau douce. Le ballon d'eau à 1015 est souvent limpide après 24 heures; il présente parfois un léger trouble après 48 heures. Le ballon d'eau à 1020 reste fréquemment limpide et celui à 1025 ne donne presque jamais de culture à la fin du deuxième jour.

L'ensemencement par piqûre de tubes de gélose lactosée, au moyen du contenu de ces ballons prélevé après 24 et 48 heures de culture, donne les mêmes indications.

---

[1] Présentée dans la séance du 7 novembre 1910.

Généralement, après 24 heures, seule la piqûre provenant des ballons d'eau douce donne une production de gaz; après 48 heures, celles provenant des ballons à 1005 et 1010 en donnent aussi parfois.

*b. Bouillon de peptone glucosée au rouge neutre.* — Nous avons employé un bouillon ainsi composé ; peptone, 100g; sel marin, 50g; glucose, 100g; eau, 1000, dont nous versions $7^{cm^3},5$ dans chacun des six tubes à fermentation contenant $50^{cm^3}$ des mêmes eaux de densités croissantes. Après stérilisation, les six tubes recevaient chacun deux gouttes de rouge neutre dissous à saturation et stérilisé, puis ils étaient ensemencés par une culture pure de coli. Après 24 heures de culture, le virage du rouge neutre et sa fluorescence ne furent jamais observés que dans les tubes contenant l'eau douce et l'eau à 1005. Le dégagement de gaz fut toujours d'autant plus abondant que l'eau était moins salée. Ainsi, dans une expérience, les gaz recueillis après 24 heures de culture avaient un volume de $13^{cm^3},5$ dans le tube à eau douce; $12^{cm^3},5$ dans celui à 1005; $9^{cm^3},5$ dans celui à 1010; $5^{cm^3},2$ dans celui à 1015 : $5^{cm^3}$ dans celui à 1020; $3^{cm^3}$ dans celui à 1025. Une autre expérience, faite avec le même bouillon non salé donna un dégagement de $4^{cm^3},7$ de gaz pour l'eau douce; $8^{cm^3}$ pour l'eau à 1005 ; $7^{cm^3},5$ pour celle à 1010; $5^{cm^3},2$ pour celle à 1015; $1^{cm^3},2$ pour celle à 1020; $1^{cm^3}$ pour celle à 1025. Bien que la totalité des gaz dégagés ne pût être recueillie dans les tubes à fermentation que nous avons employés, les volumes obtenus montrent nettement l'influence défavorable des sels de l'eau de mer sur la culture du coli dans le milieu glucosé au rouge neutre.

*c. Bouillon de peptone lactosée au tournesol.* — Nous avons employé un bouillon semblable au précédent sauf que le glucose y était remplacé par du lactose. Les mêmes quantités de bouillon et d'eau étaient versées dans six tubes semblables aux précédents. Après s'être assuré que les mélanges étaient neutres ou après les avoir neutralisés, puis les avoir stérilisés, on ajoutait dans chaque tube $0^{cm^3},5$ de teinture de tournesol très sensible et l'on ensemençait avec une culture pure de coli. Après 24 heures de culture à l'étuve, il n'y a parfois de gaz que dans le tube à eau douce, ou en quantités décroissantes dans les tubes à 1000, 1005 et 1010, ou dans tous les tubes jusqu'à celui à 1025. Le virage au rouge du liquide tournesolé s'observe parfois dans tous les tubes, mais parfois aussi il n'est net que pour les eaux de faibles densités, tandis que le tube à 1025 est encore bleu et ceux à 1015 et 1020 violacés.

Cet ensemble de recherches montre nettement l'influence des sels de l'eau de mer sur la sensibilité des procédés de recherche du coli dans les eaux. Ainsi que Miquel l'avait établi pour la putrescibilité du bouillon de bœuf, des quantités croissantes de sels agissent d'abord d'une manière favorable sur les cultures, passent par un optimum, puis rapidement exercent une action de plus en plus retardatrice et défavorable jusqu'à ce qu'elles les arrêtent complètement. L'eau de mer à 1025 n'est pas assez salée pour arrêter tout développement du *B. coli*, comme le montrent les

cultures dans les deux derniers bouillons et même celles en bouillon phéniqué quand on les continue longtemps, mais elle l'est suffisamment pour ralentir et diminuer les cultures à tel point que les procédés les plus recommandés perdent la sensibilité et la rapidité qui les rendaient utiles.

Plusieurs conclusions pratiques se dégagent de ces faits : 1° pour la recherche du colibacille dans les eaux de mer et les eaux d'huîtres, il y a avantage à n'employer que des bouillons non salés; 2° on augmentera la sensibilité et la rapididé de culture de ces bouillons en n'y ajoutant que des eaux de densité variant de 1005 à 1010 ou dont la densité aura été abaissée à ce chiffre par addition d'eau douce stérile; 3° la recherche quantitative des colibacilles contenus dans une eau salée ne devra pas être faite avec des volumes croissants de cette eau amenés à un volume constant par addition d'eau douce stérile ainsi qu'on le fait pour l'analyse des eaux douces, mais bien par addition d'eau de densité convenablement choisie, pour que toutes les dilutions aient la même densité.

L'expérience suivante, sous sa forme paradoxale, met bien en lumière l'importance de ce dernier point : deux ballons contenant chacun $10^{cm^3}$ du même bouillon phéniqué sont ensemensés, l'un avec $40^{cm^3}$ d'eau de mer de densité égale à 1025, artificiellement souillée au moyen d'une culture pure de coli, l'autre avec $0^{cm^3},1$ de la même eau de mer souillée diluée dans $40^{cm^3}$ d'eau douce stérile. Après 24 et même 48 heures de culture à l'étuve le deuxième ballon présente un trouble manifeste et donne des gaz par piqûre de son contenu en gélose lactosée; le premier, qui renferme cependant un volume d'eau souillée 400 fois plus grand, reste limpide et ne donne aucun dégagement gazeux dans les mêmes conditions.

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur la presence d'empreintes végétales dans le grès nubien des environs d'Assouan.* Note de MM. **J. Couyat** et **P.-H. Fritel**, présentée par M. R. Zeiller.

L'immense formation du grès nubien, qui commence en Égypte à partir d'Edfou, n'avait, jusqu'à ces derniers temps, donné aucun reste organique qui permît d'en déterminer l'âge avec précision. Ball [1] y trouva récemment deux spécimens d'un fossile dans lequel Blanckenhorn vit l'*Inoce-*

(1) *Descr. first or Assouan Cataract*, p. 67. Le Caire, 1907.

*ramus Cripsi*, et depuis, M. Hume découvrit au nord de Khor-Rahma une poche à Gastropodes qu'il étudie.

Après de fréquentes recherches infructueuses, nous avons eu la chance de découvrir dans ce grès, aux environs d'Assouan, un gisement de plantes fossiles. Notre attention avait été attirée de ce côté par un passage de la *Description de l'Égypte* où de Rozière ([1]) mentionne la trouvaille qu'il fit, au sud-est de cette localité, d'un fragment de grès portant l'empreinte « d'une feuille d'arbre intacte, bien développée, laissant voir toutes les nervures et tout à fait semblable aux feuilles de sycomore ».

Le gisement dont nous énumérons ci-dessous les fossiles est situé au nord-est d'Assouan, presque au sommet des collines de grès nubien qui forment le côté oriental de la grande vallée de Schellal à l'endroit où elle débouche dans celle du Nil, et un peu au sud de Gezirè ([2]).

On observe la disposition suivante : à la base, reposant directement sur les gneiss qui bordent le granite d'Assouan, une couche de gros éléments détritiques où l'on reconnaît facilement les minéraux du granite, puis une couche horizontale de marnes bariolées exploitée depuis la plus haute antiquité. Au-dessus reposent les grès proprement dits. Le grain en est variable, des lentilles de schiste et de grès fin ferrugineux se montrent de place en place. Les lentilles schisteuses renferment en beaucoup d'endroits d'abondants débris végétaux indéterminables, qu'on retrouve également dans les carrières de Kalabchè; mais à quelques mètres du sommet une lentille de roche ferrugineuse nous a fourni une flore intéressante dans laquelle, à la suite d'un examen rapide, nous avons reconnu les éléments suivants que nous nous réservons de décrire en détail dans un Mémoire plus étendu :

Trois Monocotylédones, représentées par un Palmier et deux types d'affinités génériques incertaines, mais qui pourront sans doute être précisées par l'examen de matériaux plus nombreux ;

Huit Dicotylédones parmi lesquelles on distingue, comme Apétales : 1° une Juglandée très voisine du *Juglandides paramplus* Sap., espèce thanétienne du travertin de Sézanne (Marne); 2° une Artocarpée dont l'analogie avec un *Protoficus* du même

---

([1]) De Rozière, *Sur le grès monum.* (*Description de l'Egypte*, t. XXI, p. 12, édition de 1826).

([2]) Il y aurait donc au moins deux gisements semblables. Nous avons recherché celui que signale de Rozière sans pouvoir en trouver la trace, ce dernier ne précisant malheureusement pas l'endroit du plateau où il remarqua l'empreinte qu'il décrit.

gisement est des plus grandes. Comme Dialypétales nous mentionnerons deux *Magnolia*, l'un incomplètement connu mais annonçant une forme affine au *M. inæqualis* Sap., signalé, lui aussi, à Sézanne; l'autre, qui paraît plus commun dans le gisement égyptien, est très voisin des *M. glaucoides* Newb., et *Woodbridgensis* Holl., espèces crétacées américaines que nous considérons d'ailleurs comme devant être réunies.

Un autre type foliaire nous paraît présenter une réelle ressemblance avec les organes décrits sous les noms de *Liriodendropsis*, de *Myrsinophyllum* ou de *Bignonia*, et en particulier avec ceux figurés sous les noms de *L. angustifolia* Newb. et certaines formes du *L. simplex* Newb. (1). L'examen d'échantillons plus complets que celui qui est en notre possession permettra seul de fixer de façon précise les affinités réelles de cette empreinte qu'on peut aussi considérer comme un type archaïque d'une Légumineuse.

A ces formes, qui paraissent les plus répandues, s'en ajoutent d'autres, au nombre desquelles une Laurinée représentée par quelques fragments et une Rhamnée dont le fruit rappelle, sous des proportions plus réduites, celui du *Paliurus Martyi* (Lang.) Laur., du Pliocène cantalien (2). Enfin aux Nymphéacées, qui constituent l'élément le plus intéressant de cette florule, se rapportent quelques empreintes révélant l'existence absolument certaine d'un *Nelumbium* bien voisin de celui qui plus tard devait fournir aux anciens Égyptiens non seulement un des principaux motifs de leur art décoratif, mais encore un aliment national. Nous possédons plusieurs échantillons de ce *Nelumbium*; l'un d'entre eux est particulièrement intéressant; il représente la partie centrale d'une feuille contournée en gobelet, comme cela se présente constamment chez les espèces actuelles au moment de la défoliation, c'est-à-dire lorsque ces organes se flétrissent et tombent au fond de l'eau. Le pétiole, mis à découvert sur une longueur de $5^{cm}$ à $6^{cm}$ par le sciage de la roche encaissante, montre très nettement les restes des canaux aérifères qui le parcouraient dans toute sa longueur.

Comparée aux quelques rares espèces de fossiles connues jusqu'à ce jour par leurs feuilles, l'espèce du grès nubien, pour laquelle nous proposons le nom de *Nelumbium Schweinfurthi*, se distingue à première vue du *N. Kempii* Hollk du Crétacé de Long-Island (3), par les dimensions beaucoup plus fortes de son pétiole et par ses nervures rayonnantes qui paraissent plus nombreuses et plus rapprochées les unes des autres. Beaucoup plus grande est sa ressemblance avec le *N. provinciale* Sap. (4), des lignites aturiens de Fuveau (Bouches-du-Rhône), bien qu'il nous paraisse différer encore de cette espèce par des caractères qui seront mis en évidence dans l'étude détaillée que nous préparons.

---

(1) NEWBERRY, *Mon. U. S. Geol. Survey*, t. 26 (Fl. Amboy Clays), 1895, p. 84, *Pl. LIII, fig.* 8.

(2) LANGERON, *Bull. Soc. Hist. nat. d'Autun*, t. XV, 1902; et LAURENT, *Ann. Mus. Hist. nat. de Marseille*, t. IX, 1904-1905.

(3) A. HOLLICK, *The Cret. Fl. of South. New-York and New England*, 1906, p. 61, *Pl. XIII-XVI.*

(4) DE SAPORTA, *Mém. Soc. géol. France: Paléont.*, Mémoire nº 5, 1890.

La présence, dans le grès nubien, des fossiles déterminables permet de fixer l'âge de cette formation d'une façon beaucoup plus précise qu'il n'avait été possible de le faire jusqu'à ce jour, tout au moins en ce qui concerne la partie supérieure, constituée par les grès ferrugineux à empreintes végétales.

L'étude des espèces renfermées dans ces grès autorise, dans une certaine mesure, leur synchronisation avec les lignites fuvéliens de la Provence, hypothèse qui paraît être confirmée par la présence, rappelée plus haut, dans ces mêmes grès, de l'*Inoceramus Cripsi*.

Dès l'époque crétacique, le Nil était donc déjà représenté par un système fluvio-lacustre qui en couvrait la vallée actuelle dans la région d'Assouan, et dont la flore a conservé jusqu'à nos jours certains de ses caractères. La présence d'un *Nelumbium* analogue au *N. speciosum* Willd, vivant encore dans le fleuve égyptien, est de nature à suggérer l'idée que cette plante ne fut pas importée à l'époque historique, comme on l'admettait jusqu'alors (1), mais qu'elle s'est perpétuée comme élément caractéristique de la flore du Nil au cours de son évolution.

Il en serait de même du *Pistia* qui vit de nos jours dans les eaux tranquilles de ce fleuve et qui se distingue à peine du *Pistia Mazeli* Sap. et Mar. (2) rencontré à Fuveau en compagnie du *Nelumbium provinciale* Sap. si voisin de l'espèce du grès nubien; la présence de cette dernière démontre donc, en outre, l'existence de caractères communs entre la flore fluvio-lacustre du Crétacé supérieur de Provence et celle de Nubie.

A 4 heures et demie l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures et demie.

Ph. v. T.

---

(1) De Saporta, *Mém. Soc. géol. France : Paléont.*, Mémoire n° 9, p. 18; 1891.
(2) *Ibid.*, Mémoire n° 5, p. 3, *Pl. I*, *fig.* 2, 3; 1890.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

### Ouvrages reçus dans la séance du 21 novembre 1910.

*Traité de Radioactivité*, par Mme Curie; t. I et II. Paris, Gauthier-Villars, 1910; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. Darboux.)

*Leçons sur les séries de polynomes à une variable complexe*, par Paul Montel. Paris, Gauthier-Villars, 1910; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Émile Picard.)

*Les substances isolantes et les méthodes d'isolement utilisées dans l'Industrie électrique*, par Jean Escard. Paris, Gauthier-Villars, 1911; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bouty.)

*Traité élémentaire de Physiopathologie clinique*, par J. Grasset. Tome II : *Fonctions de défense contre la maladie : Antixénisme;* avec 25 tableaux. Montpellier, Coulet et fils, 1911; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bouchard.)

*Colonies portugaises. Les organismes politiques indigènes*, par A.-L. de Almada Negreiros. Paris, Augustin Challamel, s. d.; 1 vol. in-12. (Présenté par M. le Prince Roland Bonaparte.)

Une série de publications relatives au *XIe Congrès international de Géologie*, qui vient de se tenir à Stockholm. (Présenté par M. le Prince Roland Bonaparte.)

*Notice biographique et résumé des recherches scientifiques* de M. W. Kilian; s. l. s. d.; 1 fasc. in-8°.

*Étude de régénération nationale et sociale*, par Isidore Nègre. Chez l'auteur, Mazamet (Tarn), s. d.; 1 fasc. in-8°.

*Ohne Kraft keine Bewegung, eine neue Theorie* von Herman Haupt. Dresde, 1910; 1 fasc. in-8°.

*The nature of electric discharge*, by Francis-E. Nipher. (Extr. de *Science*. n. s., t. XXXII, 28 octobre 1910.) 1 fasc. in-8°.

*The age of the Earth*, by George-E. Becker. (*Smithsonian Miscellaneous Collections;* t. LVI, n° 6.) Washington, 1910; 1 fasc. in-8°.

*On the origin of cometary bodies and Saturn's rings*, by Henry Wilde. (Extr. des *Memoirs and Proceedings of the Manchester Litterary and Philosophical Society;* t. LV, partie I.) Manchester, 1910; 1 fasc. in-8°.

## *ERRATA.*

(Séance du 31 octobre 1910.)

Note de MM. *H. Truc* et *C. Fleig*, De l'action oculaire expérimentale et clinique des poussières et vapeurs de bitume :

Page 769, ligne 1 du titre et ligne 6 de la Note, *lire* clinique *au lieu de* chimique.